

OBSERVATÓRIO NACIONAL - ON  
MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO - MCTI  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ASTRONOMIA



TESE DE DOUTORADO

# VÍNCULOS COSMOLÓGICOS ATRAVÉS DA ESTRUTURA EM GRANDE ESCALA

GABRIELA COUTINHO DE CARVALHO

Rio de Janeiro, 9 de outubro de 2015

OBSERVATÓRIO NACIONAL - ON  
MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO - MCTI  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ASTRONOMIA

TESE DE DOUTORADO

# VÍNCULOS COSMOLÓGICOS ATRAVÉS DA ESTRUTURA EM GRANDE ESCALA

Tese de Doutorado apresentada no  
Observatório Nacional como parte  
dos requisitos para a obtenção do  
grau de Doutor em Astronomia.

ORIENTADOR: Jailson Souza de Alcaniz  
COORIENTADOR: Armando Bernui

Rio de Janeiro, 9 de outubro de 2015



“Some part of our being knows this is where we came from. We long to return, and we can, because the cosmos is also within us. We’re made of star stuff. We are a way for the cosmos to know itself. ”

Carl Sagan

*“Quando o mistério é muito impressionante, a gente não ousa desobedecer. ”*

Antonie de Saint Exupéry

## Agradecimentos

Tive o prazer de conviver com pessoas que me apoiaram muito durante os quatro anos do doutorado e não posso deixar de agradecer. É muito importante contar com o auxílio de pessoas queridas. Sem a ajuda técnica, científica e emocional, eu não conseguiria concluir essa etapa. Gostaria de agradecer

- Aos meus orientadores, Jailson Alcaniz e Armando Bernui, pela orientação e por serem pessoas tão compreensivas. Muito obrigada pela paciência, atenção, por tudo que me ensinaram, por contribuírem com sua experiência, pela preocupação com minha formação e pela excelente sugestão do tema. Foi um enorme prazer ser orientada por pessoas tão amigas, profissionais e inspiradoras.
- Aos colaboradores, além dos meus orientadores, do trabalho principal desenvolvido no doutorado: Joel Carvalho e Micol Benetti. Obrigada pelo tempo despendido e dedicação ao trabalho.
- Aos melhores pais do mundo, Mônica Coutinho e Telmo Carvalho, que sempre foram as pessoas mais presentes e nunca mediram esforços para que eu tivesse a melhor educação possível. Nunca interferiram nas minhas escolhas e ainda tentam compreender a fundo detalhes do meu projeto de doutorado.
- Ao meu marido Marlon Ramos, por seu amor e companheirismo de todas as horas, seja na tristeza, na alegria e nas dificuldades, me apoiando em todas as decisões. Além de ser um grande companheiro, é um excelente Físico, sempre me dando um suporte computacional.
- À minha irmã Tainara Coutinho, por ser uma das primeiras pessoas a me ajudar em qualquer ocasião difícil.
- Ao maravilhoso grupo de Cosmologia pelas críticas, sugestões e discussões. A diversidade de temas explorados por esse grupo é inigualável. Sinto muito orgulho em fazer parte desse grupo tão unido e harmonioso. Um muito obrigada para: Carlos, Javier, Bitá, Marcela, Pedro, Beethoven, Rodrigo, Chani, Simony, Camila e Guido.
- Ao professor Raul Abramo pelas discussões sobre os resultados apresentados no capítulo 5.
- Aos amigos que fiz no período de doutorado sanduíche que praticamente me adotaram: Ziza Pierce (uma segunda mãe pra mim), Lary Pierce, Monica Maccurley (uma amiga inesquecível), Jon Maccurley e Hirdan Costa (sua alegria contagia). Obrigada por serem a minha família de Oklahoma.

- Às minhas amigas que considero como irmãs, Nane e Thaty, por todo apoio e compreensão quando não pude compartilhar momentos importantes e por me presentarem com dois sobrinhos que alegraram demais a minha vida.
- Aos amigos que fiz na Universidade Federal Fluminense durante a graduação e o mestrado que continuam acompanhando minha trajetória acadêmica. Um agradecimento especial para Fernanda Deus e Fillipe Siqueira.
- Aos amigos do Observatório Nacional que ainda não foram citados, principalmente, à minha amiga e ex-companheira de sala Flávia Luzia Jasmim.
- Aos meus sogros, Maria José e Erly Ramos, por sempre estarem preocupados conosco, ajudando sempre que possível.
- À minha família maluca, que sempre traz muita alegria. Obrigada a todos os tios de sangue, tios emprestados e primos lindos. Nossos momentos juntos em São Pedro da Serra são simples e especiais.
- À todos os professores da Pós-Graduação, em especial aos que ministraram as disciplinas que cursei: Simone Daflon, Eduardo Teles e Renato Dupke.
- Aos funcionários do Observatório Nacional que de forma direta ou indireta são responsáveis pelo funcionamento da Pós-Graduação. Um muito obrigada para Eduardo Matera, Dona Emília e Selma.
- À CAPES e ao CNPq pelo apoio financeiro fundamental para que tudo isso fosse possível.

# Vínculos Cosmológicos através da Estrutura em Grande Escala

Gabriela Coutinho de Carvalho

Submetida ao Observatório Nacional do Rio de Janeiro em  
9 de outubro de 2015, como requisito parcial a obtenção  
do grau de Doutor em Astronomia

## Resumo

O mapeamento de galáxias, fornecido por grandes levantamentos astronômicos, possibilita estudos detalhados sobre a natureza das flutuações na densidade média do universo e a formação de estruturas em grande escala. Dentre os fenômenos físicos que podemos estudar através desses mapeamentos, estão as oscilações acústicas bariônicas.

As oscilações acústicas bariônicas são produzidas a partir da competição entre os efeitos da pressão de radiação e a instabilidade gravitacional dos bárions antes do desacoplamento dos fótons, fornecendo uma escala característica impressa na distribuição de galáxias e na radiação cósmica de fundo. Podemos determinar a escala acústica bariônica através da função de correlação das distâncias entre pares de galáxias. Entretanto, quando construímos esse tipo de correlação da separação espacial, um modelo cosmológico deve ser adotado na análise dos dados. Com intuito de desenvolver uma análise independente da cosmologia, trabalhamos com uma função de correlação calculada a partir de separações angulares que nos fornece medidas diretas da escala acústica transversal. Tal medida, por sua vez, possibilita a discriminação de diversos modelos cosmológicos. Na primeira parte do nosso trabalho, obtivemos seis novas medidas da escala acústica a partir da décima liberação de dados do Sloan Sky Digital Survey (DR10).

Na segunda parte, analisamos como futuros levantamentos de galáxias poderão aprimorar ainda mais as estimativas cosmológicas através do mapeamento do céu. Em particular, investigamos as previsões do Javalambre Physics of the Accelerating Universe Astrophysical Survey (J-PAS), que será um dos maiores levantamentos de galáxias dos próximos anos. Utilizando o método da matriz de Fisher, derivamos e analisamos as previsões para as estimativas dos principais parâmetros cosmológicos a partir da distribuição de galáxias e quasares que serão mapeadas pelo J-PAS.

**Palavras chaves:** Cosmologia, Estrutura em Grande Escala, Oscilações Acústicas Bariônicas, Função de Correlação Angular, Matriz de Fisher.

# Cosmological Constraints using Large Scale Structure

Gabriela Coutinho de Carvalho

Submitted to the Observatório Nacional do Rio de Janeiro on  
in partial fulfillment of the requirements  
for the PhD in Astronomy

## Abstract

The distribution of galaxies, provided by large astronomical surveys, makes possible detailed studies of the nature of the primordial density fluctuations and the process of structure formation in the universe. Among the many physical phenomena that can be explored from these surveys are the baryon acoustic oscillations.

Baryon Acoustic Oscillations (BAO) arise due to the competing effects of radiation pressure and gravity in the early Universe. The BAO features can be determined from the two-point galaxy correlation function. However, in order to construct the correlation function using spatial separations between pairs of galaxies, a fiducial cosmology is necessary. On the other hand, an almost model-independent correlation function  $\omega(\theta)$  can be obtained considering angular separations along with the direct detection of the purely transversal BAO signal. Precise estimates of the transversal BAO signal obtained from  $\omega(\theta)$  can, therefore, be used to discriminate a large number of cosmological models. In the first part of this Thesis, we provide six new measurements of the angular BAO signal using the tenth data release from Sloan Digital Sky Survey (DR10).

In the second part, we explore how future galaxy survey will improve the cosmological parameter estimation by mapping a large portion of the sky. In particular, we investigate forecasts from the Javalambre Physics of the Accelerating Universe Astrophysical Survey (J-PAS), which will be the one of the largest galaxies surveys in the next years. Using the Fisher matrix approach, we derive and analyse forecasts for the main cosmological parameters from the distribution of galaxies and quasars which will be mapped by J-PAS.

**Keywords:** Cosmology, Large-Scale Structure, Baryon Acoustic Oscillations, Angular Correlation Function, Fisher matrix.



---

# Sumário

---

Dedicatória . . . . .	2
Epigrafe . . . . .	3
Agradecimentos . . . . .	4
Resumo . . . . .	6
Abstract . . . . .	7
Lista de Figuras . . . . .	12
Lista de Tabelas . . . . .	13
Notação e Convenções . . . . .	14
Informação Eletrônica . . . . .	15
<b>Introdução</b>	<b>16</b>
<b>1 Crescimento de Estruturas</b>	<b>19</b>
1.1 Expansão Cósmica . . . . .	20
1.2 Teoria Linear da Formação de Estruturas - Abordagem Newtoniana . . . . .	24
1.2.1 Hidrodinâmica - Universo em Expansão . . . . .	25
1.2.2 Tipos de Perturbações . . . . .	26
1.2.3 Função de Crescimento . . . . .	28
1.2.4 Função de Transferência . . . . .	32
1.3 Teoria Linear da Formação de Estruturas - Abordagem Relativística . . . . .	32
1.3.1 Perturbações na métrica e no tensor energia-momento . . . . .	33
1.3.2 Sistema de Coordenadas - Transformações de Calibre . . . . .	35
1.3.3 Equações de Campo Perturbadas . . . . .	36
1.3.4 Acoplamento Fóton-Bárion . . . . .	38
1.4 Resumo . . . . .	43
<b>2 Métodos Estatísticos e Aspectos Observacionais da Formação de Estruturas</b>	<b>44</b>
2.1 Métodos Estatísticos . . . . .	45
2.1.1 Função de Correlação de 2 Pontos . . . . .	45
2.1.2 Espectro de Potência . . . . .	48
2.2 Estatística da Amostra . . . . .	50
2.2.1 Ruído e Critério de Seleção . . . . .	50
2.2.2 Variância do Espectro de Potência . . . . .	52

2.3	Espectro Teórico . . . . .	54
2.4	Efeitos Sistemáticos . . . . .	59
2.4.1	Velocidade Peculiar . . . . .	59
2.4.2	Efeitos não-lineares . . . . .	62
2.5	Resumo . . . . .	64
<b>3</b>	<b>Oscilações Acústicas Bariônicas</b>	<b>65</b>
3.1	Física das OAB . . . . .	66
3.2	Das OAB à Energia Escura . . . . .	71
3.2.1	Distâncias em Cosmologia . . . . .	71
3.2.2	Função de Correlação e Espectro de Potência . . . . .	72
3.3	Grandes Levantamentos de Galáxias . . . . .	74
3.4	Resumo . . . . .	78
<b>4</b>	<b>Escala Acústica Transversal</b>	<b>79</b>
4.1	Função de Correlação Angular . . . . .	80
4.2	Mapa de galáxias do SDSS-III DR10 . . . . .	81
4.3	Detectando o sinal acústico transversal . . . . .	82
4.3.1	Obtenção do valor $\theta_{FIT}$ . . . . .	86
4.4	Vínculos Cosmológicos . . . . .	89
4.5	Resumo . . . . .	93
<b>5</b>	<b>Estimativa dos Parâmetros Cosmológicos do Futuro Levantamento JPAS</b>	<b>95</b>
5.1	Matriz de Fisher . . . . .	96
5.2	Contribuições do Espectro de Potência . . . . .	98
5.3	Estimativas dos Parâmetros Cosmológicos . . . . .	100
5.4	Resumo . . . . .	105
<b>6</b>	<b>Conclusões e Perspectivas</b>	<b>107</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>109</b>

---

# Lista de Figuras

---

1.1	Tipos de Perturbações. . . . .	28
1.2	Evolução do campo $\Phi$ para diferentes comprimentos de onda . . . . .	42
2.1	Essa figura ilustra a variância cósmica através de sucessivos <i>zooms</i> no sentido horário do canto superior esquerdo. Os modos de grande escala da distribuição dos pontos tornam-se visíveis, devido à redução na variação cósmica. Figura retirada de [76]. . . . .	52
2.2	Flutuação na massa das perturbações dependendo de diferentes modelos cosmológicos considerando matéria escura fria e quente e o modelo $\Lambda$ CDM. . .	56
2.3	Espectro de potência da matéria assumindo matéria escura fria para diferentes valores de $\Omega_m h^2$ . . . . .	57
2.4	O gráfico representa um modelo físico particular para o viés ( <i>bias</i> ). A linha sólida corresponde ao perfil de densidade resultante da superposição de uma flutuação em pequena escala e outra flutuação em grande escala (perfil de densidade representado pela linha tracejada). As estruturas seriam formadas nos locais aonde o campo de densidade ultrapassa um certo valor limite (representado pela linha reta). . . . .	59
2.5	A amplitude da onda no espaço de redshift (linha contínua) amplifica em relação à amplitude no espaço real (linha tracejada) por causa da velocidade peculiar. .	62
2.6	A figura mostra a escala do comprimento de onda $k$ que ocorre o desvio da teoria linear ( $P_r(k)/P_{lin}(k) > 0$ ) em diferentes épocas. A linha pontilhada corresponde ao ansatz proposto por [92]. Essa figura foi adaptada de [93]. . . .	63
3.1	Evolução do perfil de densidade sobre as componentes do universo (matéria escura fria, matéria bariônica, fótons e neutrinos). Cada quadro representa uma época do universo num dado redshift. No segundo quadro da esquerda para direita podemos ver a evolução da perturbação no fluido fóton-bárion acoplado. A matéria escura fria interage essencialmente em termos da atração gravitacional permanecendo na posição inicial e ampliando apenas o seu raio conforme acreta material. Figura retirada de [99]. . . . .	70

3.2	Função de correlação obtida utilizando 46.748 galáxias mapeadas pelo SDSS sobre um volume de 4 bilhões de anos-luz. As diferentes curvas correspondem aos modelos com $\Omega_m h^2 = 0,12$ (verde); $0,13$ (vermelho); $0,14$ (azul). A curva rosa corresponde ao modelo considerando somente matéria escura com $\Omega_m h^2 = 0,105$ . Figura retirada de [24]. . . . .	72
3.3	A figura mostra a razão $D_V(z)/r_{\text{drag}}$ em comparação com o modelo fiducial $\Lambda$ CDM dado pelo Planck. As regiões preenchidas correspondem a 68% and 95% de confiança dos valores obtidos pelo Planck. Os pontos representam as medidas mais recentes dos levantamentos 6dFGS [101], SDSS MGS [102], WiggleZ [103] e BOSS [104]. Figura retirada de [4]. . . . .	73
3.4	Os pontos vermelhos representam as LRGs mapeadas pelo BOSS em altos redshift em comparação com as LRGs mapeada anteriormente pelo SDSS representada pelos pontos brancos. As galáxias normais estão indicadas pelos pontos amarelos e os quasares estão indicados pelos pontos azuis. Figura retirada de <a href="http://blog.sdss3.org/2010/07/07/boss-finishes-200-plates/">http://blog.sdss3.org/2010/07/07/boss-finishes-200-plates/</a> . . . . .	77
4.1	As duas contribuições da escala acústica: uma radial, $r_{  }$ , relacionada ao parâmetro de Hubble e outra transversal, $r_{\perp}$ , relacionada à distância de diâmetro angular. . . . .	80
4.2	A figura mostra como uma escolha do intervalo de redshift pode influenciar a escolha do pico na função de correlação. Uma casca fina ( $z + \delta z_a$ ) consegue extrair somente o sinal transversal das OAB, mas nem sempre contém um número suficiente de galáxias. Uma casca mais espessa ( $z + \delta z_b$ ) pode contabilizar efeitos de projeção. . . . .	81
4.3	Em cada quadro assumimos diferentes cascas de redshift com aproximadamente 20.000 galáxias, exceto o caso $\bar{z} = 0,49$ (veja a tabela 4.1). Os diferentes intervalos correspondem a $\Delta\theta \equiv 12^\circ/N_b$ com $N_b = 31, 37$ e $40$ . Para uma visualização melhor, deslocamos artificialmente as curvas correspondentes aos casos $N_b = 31$ e $37$ . . . . .	84
4.4	A linha contínua corresponde à função de correlação suavizada por pequenos deslocamentos na posição angular das galáxias e os pontos vermelhos correspondem à função de correlação obtida dos dados reais para o caso $N_b = 40$ . . . . .	85
4.5	Função de correlação angular obtida utilizando $N_b = 40$ . Os dados correspondem aos pontos vermelhos e o ajuste obtido utilizando a equação (4.4) à linha contínua azul. . . . .	86
4.6	A figura acima mostra a diferença entre $\theta_{FIT}$ e $\theta_{BAO}$ varia em relação ao tamanho do intervalo de redshift, considerando diferentes redshift médios. O conjunto de curvas apresentados na mesma cor representam diferentes modelos cosmológicos. Indicamos com duas linhas tracejadas vermelhas os intervalos que utilizamos nas nossas análises. Figura retirada de [119]. . . . .	88
4.7	A figura acima mostra o comportamento do $\theta_{BAO}$ em função de redshift considerando $\Omega_m = 0,20; 0,27$ e $0,35$ . Em cada gráfico fixamos o valor de $r_s$ indicado na parte superior esquerda. . . . .	90

4.8	A figura acima mostra o comportamento do $\theta_{BAO}$ em função de redshift considerando $r_s = 100, 105$ e $110$ Mpc/h. Em cada gráfico acima fixamos o valor de $\Omega_m$ indicado na parte superior esquerda. . . . .	90
4.9	O gráfico mostra os pontos de $\theta_{BAO}$ obtidos em nossas análises comparado com as curva teóricas assumindo $\Lambda$ CDM com $\Omega_m = 0,27$ e diferentes valores de $r_s$ . Colocamos os valores obtidos a partir da função de correlação espacial encontrados por outras referências apenas para ilustração. . . . .	91
4.10	Verossimilhança para os dados do Planck e do WMAP assumindo o modelo $\Lambda$ CDM. . . . .	92
4.11	Vínculos sobre os parâmetros dos modelos wCDM e $w(a)$ CDM. Os contornos azuis correspondem aos dados obtidos neste trabalho para $1\sigma$ e $2\sigma$ de confiança. Os contornos vermelhos estão relacionados aos dados de $\mathcal{R}$ da RCF. Os contornos cinzas correspondem às regiões de confiança da análise conjunta. . .	92
4.12	O plano $\Omega_m - r_s$ para os dados de $\theta(z)$ obtidos nesta análise assumindo que o valor estimado do $\Omega_m$ dos dados recentes de supernovas tipo Ia [122]. . . . .	93
5.1	Histograma das galáxias esperadas no mapeamento do JPAS. As barras vermelhas corresponde à LRGs, as barras azuis à ELGs e as barras verdes à quasares. . . . .	100
5.2	Volume efetivo para as LRGs, ELGs e quasares esperados do levantamento JPAS.	101
5.3	Algoritmo proposto por [123] para obter as estimativas dos parâmetros da energia escura. . . . .	102
5.4	A figura mostra o erro fracional $\sigma(D_A)/D_A$ e $\sigma(H)/H$ relativo ao modelo fiducial utilizado ( $\Lambda$ CDM plano) para LRGs (barras vermelhas), ELG (barras azuis) e quasares (barras verdes). As curvas mostram a diferença entre o modelo fiducial e os modelos com $w_0 = -0,9$ e $w_a = 0$ (linha pontilhada) e com $w_0 = -1,0$ e $w_a = -0,3$ . . . . .	103
5.5	A figura acima mostra o erro na taxa de crescimento de estruturas $\sigma(f)$ relativo ao modelo fiducial utilizado para LRGs (barras vermelhas), ELG (barras azuis) e quasares (barras verdes). As curvas mostram a diferença entre o modelo fiducial $\gamma = 0,55$ e os modelos com $\gamma = 0,68$ (linha pontilhada) e com $\gamma = 0,45$ .	103
5.6	Figura de mérito para os parâmetros da equação de estado $w_0$ e $w_a$ . No gráfico da esquerda estão as FoMs referentes às LRGs e às ELGs e no gráfico da direita está a FoM referente aos quasares. . . . .	104
5.7	Contornos de 68,3% de confiança para os parâmetros finais. . . . .	105

---

# Lista de Tabelas

---

3.1	Diferença entre os valores dados pelo WMAP9 [3] e do Planck [4]. . . . .	69
4.1	Intervalos de redshift escolhidos e número de galáxias em cada casca. . . . .	82
4.2	Resumo dos modelos cosmológicos considerados em nossas análises. . . . .	87
4.3	Estimativas de $\theta_{BAO}(z)$ dos dados de LRGs fornecidos pelo SDSS DR10. . . . .	89
4.4	Diferença entre os valores do $r_s$ dados pelo WMAP9 [3], Planck [4] e o valor obtido em nossas análises. . . . .	93
5.1	Estimativas para $\sigma(D_A)/D_A$ e $\sigma(H)/H$ até redshift $z = 1, 3$ . . . . .	103
5.2	Estimativas dos parâmetros da energia escura. . . . .	104

---

# Notação e Convenções

---

- Expressões em outros idiomas são apresentadas em *itálico*.
- A unidade de distância utilizada como padrão neste texto é o megaparsec (Mpc):  
 $1 \text{ Mpc} = 3,26 \times 10^6 \text{ anos-luz} = 3,09 \times 10^{22} \text{ m}$
- O símbolo  $h$  se refere ao parâmetro de Hubble reduzido.
- O símbolo  $\hbar$  se refere a constante de Planck reduzida, cujo valor no S.I. é:  
 $\hbar = 1,054571726(47) \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
- Por fins de praticidade, é convencionado  $c = 1$ .
- Assinatura da métrica: (-, +, +, +)

---

# Informação Eletrônica

---

A maioria das referências utilizadas nesta tese pode ser encontrada na *internet* nos seguintes endereços:

- [http://adsbs.harvard.edu/article\\_service.html](http://adsbs.harvard.edu/article_service.html)
- <http://www.slac.stanford.edu/spires/hep>
- <http://arXiv.org>



---

# Introdução

---

Durante o último século, vários acontecimentos mudaram nossa visão acerca da evolução do universo. Os avanços teóricos e tecnológicos possibilitaram a construção de um modelo conhecido como modelo cosmológico padrão (MCP) que apresenta o melhor ajuste de um conjunto considerável de observáveis. No entanto, ainda existem muitas questões em aberto que desafiam a nossa compreensão e intuição. Uma dessas questões corresponde à natureza da matéria escura e da energia escura evidenciadas pelos dados atuais da radiação cósmica de fundo [1, 2, 3, 4], das supernovas tipo Ia [5, 6, 7, 8], da estrutura em grande escala, entre outros. A existência de tais componentes não pode ser inferida diretamente das observações e temos apenas evidências através de suas interações gravitacionais com a matéria visível. Em particular, a energia escura surge da necessidade de explicar a aceleração cósmica sugerida pelos dados observacionais recentes.

A distribuição das estruturas em grande escala, como galáxias e aglomerado de galáxias, contém inúmeras informações sobre a evolução do universo como o comportamento da matéria e energia escura. Por esse motivo, grandes levantamentos astronômicos têm como objetivo principal o mapeamento de um grande número desses objetos. As características impressas no mapa das galáxias nos auxiliam nos estudos sobre os mecanismos que geraram as flutuações primordiais na densidade da matéria, como essas flutuações evoluem, qual a taxa com que as estruturas se formam e se existe alguma escala preferencial na sua distribuição. O conhecimento sobre as perturbações na densidade necessária para a formação de estruturas permitem um melhor entendimento sobre os processos envolvidos durante o período. Os mecanismos necessários para crescimento de estruturas em grande escala não somente nos dizem como a matéria se organiza para formar galáxias e aglomerados como também nos ajuda a entender como o universo e suas componentes evoluem.

Os estágios iniciais da evolução das estruturas cósmicas, quando as perturbações na densidade são muito menores do que a unidade, podem ser estudados utilizando uma teoria de evolução linear e os estágios mais avançados, quando as perturbações na densidade são da ordem ou maiores do que a unidade, podem ser analisados através de simulações computacionais. Munidos dessas informações, podemos avaliar o desenvolvimento das estruturas desde as perturbações primordiais até as maiores estruturas gravitacionalmente ligadas e compará-las às observações .

Para existirem as estruturas cósmicas que observamos, a densidade média do universo precisa sofrer algumas perturbações necessárias para que as estruturas cresçam através da atração

gravitacional. Segundo o MCP, essas perturbações foram geradas numa fase acelerada nos primeiros segundos do universo conhecida como era da inflação. Após a era inflacionária, ainda no período em que os fótons e os elétrons permanecem acoplados, as flutuações primordiais que geraram um excesso de densidade devem atrair a matéria gravitacionalmente que, por sua vez, sofre uma pressão de radiação. As oscilações acústicas bariônicas (OAB) produzidas pela competição entre a instabilidade gravitacional e a pressão de radiação no plasma primordial teriam deixado uma assinatura na radiação cósmica de fundo (RCF) e na distribuição de matéria [9, 10, 11]. Ainda nos anos 60 e 70, os estudos sobre as OAB indicavam que estas teriam um efeito potencial na RCF. Logo em seguida, estas análises foram estendidas para espectro de potência da matéria cujos modelos cosmológicos assumiam apenas matéria bariônica [12, 13, 14]. Nestes cenários, as características da onda acústica deveriam ser bastante significativas. Com a introdução dos modelos adiabáticos de matéria escura fria em meados dos anos 80, as previsões para detecção das OAB indicavam assinaturas menos evidentes na distribuição de matéria total e os efeitos provocados na matéria bariônica foram estudados principalmente no contexto da RCF [10, 15, 16, 17].

No final dos anos 90, alguns métodos de previsão das estimativas de parâmetros cosmológicos de futuros levantamentos de galáxias indicaram que as observações das estruturas em grande escala poderiam identificar características das OAB se combinada com os dados da RCF. As OAB deveriam fornecer uma escala preferencial, conhecida como *escala acústica*, para separação entre pares de galáxias. Como as OAB apresentam uma escala preferencial no mapa das galáxias, podem ser consideradas como um exemplo de régua padrão estatística por fornecer uma escala acústica característica que permite o estudo dos modelos de evolução e dos parâmetros envolvidos. Os primeiros indícios das OAB na distribuição de galáxias surgiram em 1998 através de uma pequena aglomeração observada em torno de 100 Mpc/h [18]. A partir de tal observação, motivações para uma possível detecção das OAB foram sendo contruídas [19, 20, 21, 22, 23]. Entretanto, era necessário ampliar o volume dos dados observacionais. Somente após a divulgação do conjunto de dados fornecidos pelo Sloan Digital Sky Survey (SDSS) e 2-degree Field Galaxy Redshift Survey (2dF) [24, 25, 26, 27], foi possível obter uma assinatura acústica robusta através do mapa de galáxias.

Na última década, houve inúmeros esforços para observar e analisar as propriedades das galáxias em diferentes épocas da história cósmica. O SDSS e o 2dFGRS proporcionaram um enorme conjunto de dados sobre galáxias no universo local nunca visto antes. Futuros levantamentos como *Javalambre Physics of the Accelerating Universe Astrophysical Survey* (JPAS) vão ampliar ainda mais o volume mapeado e aprimorar a estatística e as informações das observações. Os avanços observacionais e computacionais permitiram uma melhoria e realismo nas simulações das estruturas cósmicas essenciais para vincular teoria à observação.

A ferramenta estatística que possibilita o cálculo da probabilidade de encontrar pares de galáxias separados por uma distância específica é conhecida como função de correlação. No entanto, a função de correlação espacial, calculada a partir da separação comóvel entre os pares, leva em conta um modelo cosmológico a priori. Com intuito de comparar teoria e observação utilizando dados que sejam independentes da cosmologia, calculamos a escala acústica assumindo apenas separações angulares. O excesso de probabilidade característico das OAB é indicado através de um pequeno pico na função de correlação. Entretanto, a correlação

angular apresenta muitos ruídos que dificultam a identificação do pico correspondente à escala acústica. Neste trabalho, introduzimos uma nova metodologia para identificar o pico da função de correlação angular relativo a escala acústica presente na distribuição de galáxias.

Esta tese foi dividida em cinco capítulos. Primeiramente, fizemos uma breve discussão sobre o modelo cosmológico padrão e apresentamos a teoria de perturbação que descreve a formação das estruturas e as oscilações acústicas bariônicas. No segundo capítulo, apresentamos os métodos estatísticos que quantificam as perturbações e quais são os aspectos observacionais da distribuição de matéria em grande escala. Introduzimos, no terceiro capítulo, as características das oscilações acústicas bariônicas, sua relação com os modelos cosmológicos e os principais levantamentos envolvidos na detecção da escala acústica.

As contribuições originais da tese são descritas nos dois últimos capítulos. No capítulo 4, apresentamos os métodos aplicados para obter as seis medidas da escala acústica através da função de correlação angular [28]. Nossas análises foram realizadas através do mapa de galáxias fornecidos pela décima liberação de dados do SDSS. Em posse destas medidas, comparamos teoria e observação e encontramos o melhor ajuste dos parâmetros cosmológicos assumindo diferentes modelos de energia escura. Nossa abordagem possibilita estimativas da escala acústica bariônica independente da escala obtida pela RCF. No capítulo 5, investigamos as previsões para as estimativas dos parâmetros cosmológicos do futuro levantamento JPAS utilizando o método da matriz de Fisher [29] (veja também [30]). Encontramos que tal levantamento será capaz de impor vínculos mais restritivos do que os levantamentos atuais. Por fim, apresentamos as nossas principais conclusões e perspectivas de trabalhos futuros.

# Crescimento de Estruturas

---

Em 1998, dois grupos de pesquisa independentes, o *High-redshift Supernova Search Team* [31] e o *Supernova Cosmology Project Team* [32], utilizando um conjunto de Supernovas tipo Ia (SNIa), observaram que o universo encontra-se em expansão acelerada. Como não conhecemos nenhuma componente com propriedades específicas para conduzir a expansão acelerada, a fonte dessa aceleração recebeu o nome de *energia escura*. Juntamente com outros observáveis cosmológicos, tais observações indicaram que a energia escura deveria corresponder a  $\sim 70\%$  do conteúdo energético e material do universo. Após mais de uma década de avanços observacionais e teóricos, a natureza da energia escura continua sendo um dos principais problemas em aberto da física contemporânea.

Com a quantidade e qualidade das observações das estruturas em grande escala atualmente disponíveis podemos avaliar e mapear a evolução nas flutuações da densidade da matéria bariônica e escura sobre uma parte considerável da história cósmica. A evolução da energia escura não só afeta as estimativas da relação entre distâncias e redshift, como também, nos diz quão rapidamente as estruturas se formam: uma aceleração considerável pode suprimir o crescimento de estruturas.

Existem outras possibilidades de acelerar o universo sem incluir uma componente exótica de natureza desconhecida, entre elas estão algumas modificações na teoria de gravitação. Para uma revisão detalhada sobre os diversos mecanismos de aceleração cósmica veja [33, 34, 35, 36, 37]. Para testar se a Relatividade Geral é, de fato, a teoria de gravitação que descreve a dinâmica do universo, devemos estender e aprimorar as medidas das propriedades da gravidade em escalas maiores do que nosso sistema solar, sistemas estelares e de pulsares binários. Uma descrição completa da teoria da gravidade envolve testes em altos regimes de curvatura e densidade sob um amplo espectro de escala.

Podemos utilizar inúmeros testes para explicar a aceleração cósmica observada através de diferentes conjuntos de dados. Um dos maiores problemas na escolha de um modelo cosmológico que mais se ajusta às observações é que, embora as origens físicas desses testes sejam diferentes, eles podem produzir a mesma história de expansão. É nesse sentido que a história de crescimento de estruturas tem auxiliado na distinção de tais modelos. Apesar de

produzirem taxas de expansão semelhantes, diferentes modelos conjecturam diferentes medidas para a taxa de crescimento das estruturas em grande escala. Como a evolução das estruturas em grande escala é muito sensível aos modelos de gravitação, uma medida precisa do crescimento de estruturas pode nos dizer qual a melhor teoria de gravitação descreve a evolução da geometria do universo. Isso ocorre porque a equação de Poisson que relaciona o excesso de densidade ao potencial gravitacional pode variar consideravelmente ao modificar a teoria de gravidade. Nesse capítulo apresentaremos o modelo padrão da formação de estruturas, a importância da relação entre as teorias de gravidade e as flutuações na densidade e como o perfil da perturbação na era dominada pela radiação pode gerar as oscilações acústicas nos bárions.

## 1.1 Expansão Cósmica

Precisamos de um modelo de referência para interpretar de maneira adequada as propriedades mais básicas das galáxias tais como: luminosidade aparente, tamanho aparente e desvios para o vermelho (*redshift*). O modelo cosmológico padrão (MCP), conhecido também como modelo  $\Lambda$ CDM ( $\Lambda$  Cold Dark Matter), é o modelo com o melhor ajuste observacional até o momento. A letra grega  $\Lambda$  é conhecida como constante cosmológica e se refere a energia escura. O MCP é baseado em três hipóteses distintas:

- i) O universo é homogêneo e isotrópico em grandes escalas: isso significa que diferentes regiões do universo extremamente distantes são estatisticamente independentes.
- ii) As componentes energéticas e materiais do universo se comportam como um fluido perfeito, isto é, um fluido descrito em termos somente da densidade e de uma pressão isotrópica no referencial de repouso.
- iii) A evolução da geometria do universo é descrita pelas equações de Einstein da relatividade geral.

Considerando o universo homogêneo e isotrópico regido pelas equações de Einstein da relatividade geral, a dinâmica do espaço-tempo e da matéria pode ser determinada apenas da relação entre o fator de escala e o conteúdo material na forma do tensor energia-momento de fluido perfeito.

**Equações de Friedmann.** Vamos descrever a métrica que determina todas as propriedades geométricas do universo, tais como a distância entre dois pontos e a extensão aparente de um objeto conhecendo seu diâmetro observado a partir de uma determinada distância. O elemento de linha que descreve um espaço-tempo homogêneo e isotrópico é conhecido como Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) [38]

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -dt^2 + a^2(t) \gamma_{ij} dx^i dx^j, \quad (1.1)$$

sendo  $g_{\mu\nu}$  a métrica escrita em termos dos índices gregos  $\mu$  e  $\nu$  (variando de 0 a 3),  $a(t)$  o fator de escala com o tempo cósmico  $t$  e  $\gamma_{ij}$  a métrica espacial independente do tempo cujos índices romanos  $i$  e  $j$  variam de 1 a 3 tal que

$$\gamma_{ij}dx^i dx^j = \frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2). \quad (1.2)$$

O sistema de coordenadas utilizado foi o sistema de coordenadas esféricas  $r, \theta, \phi$  e os valores de  $K < 0$ ,  $K > 0$ ,  $K = 0$  correspondem a uma geometria hiperbólica, esférica e euclideana, respectivamente.

As equações de Einstein que descrevem a dinâmica cosmológica podem ser obtidas a partir do tensor de Einstein  $G^\mu_\nu$  caracterizado pela geometria do espaço-tempo e do tensor energia momento  $T^\mu_\nu$  que está associado às energias e momentos das componentes materiais [39]

$$G^\mu_\nu = 8\pi G T^\mu_\nu, \quad (1.3)$$

onde estamos assumindo  $c = 1$ .

O tensor energia-momento é descrito na forma de um fluido perfeito tal que

$$T^\mu_\nu = (\rho + p)u^\mu u_\nu + p\delta^\mu_\nu \quad (1.4)$$

onde  $u^\mu = (-1, 0, 0, 0)$  é o vetor 4-velocidade de um fluido em coordenadas comóveis,  $\rho$  é a densidade e  $p$  é a pressão. Note que a pressão,  $p$ , e a densidade,  $\rho$ , são quantidades que dependem somente do tempo, não das coordenadas espaciais, sendo as componentes do tensor energia-momento  $T^0_0 = -\rho$  e  $T^i_j = p\delta^i_j$ .

Assumindo a métrica FLRW no cálculo do tensor de Einstein, considerando o tensor de energia-momento (1.4), as componentes (00) e (ii) das equações de Einstein (1.3) podem ser escritas como

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{K}{a^2} \quad (1.5)$$

$$3H^2 + 2\dot{H} = -8\pi Gp - \frac{K}{a^2}, \quad (1.6)$$

conhecidas como as equações de Friedmann. Nas equações acima, o ponto representa a derivada com respeito ao tempo cósmico  $t$ , enquanto a razão  $\dot{a}/a$  é conhecida como parâmetro de Hubble, representada pela letra  $H$  ( $H \equiv \dot{a}/a$ ). Subtraindo a equação (1.5) da equação (1.6), temos que

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p). \quad (1.7)$$

Multiplicando a equação (1.5) por  $a^2$ , derivando e combinando com a equação (1.7), encontramos

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0. \quad (1.8)$$

A equação de movimento acima também pode ser derivada da conservação do tensor energia-momento, tal que  $\nabla_\nu T^{\mu\nu} = \partial_\nu T^{\mu\nu} + \Gamma_{\beta\nu}^\mu T^{\beta\nu} + \Gamma_{\beta\nu}^\nu T^{\mu\beta} = 0$ . Sendo o tensor energia-momento composto por multi-fluidos que não-interagem, exceto pela gravidade, tal que  $T_{\mu\nu} = \sum_I [T_{\mu\nu}]_I$  onde  $I = 1, \dots, N$ , as equações de movimento podem ser escritas para cada fluido separadamente, ou seja,

$$\dot{\rho}_I + 3H(\rho_I + p_I) = 0. \quad (1.9)$$

A equação de Friedmann (1.5) nos diz que a densidade necessária para que o universo seja plano ( $K = 0$ ) é  $\rho_{crit} = 3H^2/(8\pi G)$ . A partir da densidade crítica podemos definir um novo parâmetro conhecido como parâmetro de densidade que é dado pela razão entre a densidade da I-ésima componente e a densidade crítica

$$\Omega_I(t) = \frac{8\pi G}{3H(t)^2} \rho_I. \quad (1.10)$$

No caso do termo de curvatura, o parâmetro de densidade é definido por

$$\Omega_K(t) \equiv -\frac{K}{a(t)^2 H(t)^2} = 1 - \sum_{I=1}^N \Omega_I(t), \quad (1.11)$$

Se o universo é plano, de acordo com a equação (1.5), a soma de todos os parâmetros de densidade de todas as componentes do universo devem ser iguais a unidade

$$\sum_{I=1}^N \Omega_I(t) = 1. \quad (1.12)$$

Para resolver as equações de Friedmann, é necessário saber qual a relação entre densidade e pressão para cada fluido separadamente. Vamos considerar uma única espécie (matéria, radiação, energia escura, etc) com equação de estado que relaciona a densidade e a pressão do fluido definida por

$$w \equiv \frac{p_I}{\rho_I}. \quad (1.13)$$

Sendo  $w$  uma constante, podemos resolver as equação (1.9) e encontrar uma relação entre densidade e fator de escala

$$\rho_I(t) = \rho_{I0} a(t)^{-3(1+w)}, \quad (1.14)$$

onde  $\rho_{I0}$  corresponde à densidade da component  $I$  quando  $a = 1$ . Assumindo um universo plano ( $K = 0$ ) dominado por uma única componente com equação de estado constante  $w$ , a evolução do fator de escala pode ser calculada utilizando as equações (1.5) e (1.14) para  $w > -1$ , tal que

$$a(t) = a(t_i) \left( \frac{t}{t_i} \right)^{2/(3(1+w))} \quad (1.15)$$

onde  $t_i$  corresponde a uma época arbitrária. A evolução temporal do fator de escala  $a$  em termos da equação de estado produz

$$H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} = \frac{2}{3(1+w)t}. \quad (1.16)$$

O fator de escala é definido como nulo na origem da coordenada  $t$ , ou seja, para  $t = 0$  temos que  $a(0) = 0$ .

Da mecânica estatística podemos obter os valores de  $w$  para matéria não-relativística e para a radiação. Temos que  $w \approx 0$  para uma época dominada pela matéria com pressão desprezível em relação a densidade de energia e  $w = 1/3$  para radiação. Então a densidade de energia deve evoluir com  $a^{-3}$  para matéria e com  $a^{-4}$  para radiação. Um fluido com equação de estado  $w = -1$ , apresenta a particularidade de ter a densidade de energia constante, ou seja,  $\rho_I(t) = \rho_{I0}$ . Incluindo a constante cosmológica  $\Lambda$  nas equações de Einstein,  $G_{\mu\nu} \rightarrow G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}$ , a relação entre  $\rho_\Lambda$  e  $p_\Lambda$  é dada por

$$\rho_\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi G} = -p_\Lambda \quad \Rightarrow \quad p_\Lambda = -\frac{\Lambda}{8\pi G} \quad (1.17)$$

e as equações de Friedmann correspondentes

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{K}{a^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad \text{e} \quad \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) - \frac{K}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}. \quad (1.18)$$

A partir das diferentes equações de estado podemos verificar como os diferentes constituintes do universo variam com o tempo. Como o fator de escala  $a$  tem valor igual a  $a(t=0) = 0$  e  $a(t_0) = 1$  hoje, podemos dizer que o universo passou por um período dominado pela radiação quando o fator de escala era pequeno, seguindo da equivalência entre matéria e radiação e, para valores maiores de  $a$ , a matéria começou a dominar. Segundo o MCP, a presente época é descrita por um universo dominado por  $\Lambda$  enquanto a radiação é desprezível (Para uma revisão sobre as quantidades observáveis num universo  $\Lambda$ CDM, veja [34]).

**Inflação.** O raio causal, também conhecido como horizonte, é definido pela distância que os fótons podem viajar e propagar informações durante um dado intervalo de tempo. Existem dois tipos de horizonte na cosmologia: o horizonte de partícula e o horizonte de evento. O horizonte de partícula é a distância que o fóton pode viajar do instante  $t_i$  até o tempo  $t$ . O horizonte de eventos é definido como a distância que um fóton pode viajar do presente até um tempo infinitamente longo  $t_f$ .

Os dois tipos de horizontes comóveis podem ser escritos com  $D_H(t) = c/(Ha)$  vezes um constante da ordem da unidade. Assim,  $D_H$  é conhecido como comprimento de Hubble por definir um comprimento de escala típico no universo FLRW no tempo  $t$ . É comum aproximar ambos os tipos de horizonte pelo comprimento de Hubble.

Nos anos 80, os primeiros modelos inflacionários foram propostos [40, 41, 42, 43, 44], os quais introduziam mecanismos físicos para geração das flutuações na temperatura observadas



no espectro da RCF. Essas flutuações, por sua vez, seriam as sementes das flutuações na densidade da matéria responsáveis pela formação de estruturas.

A inflação cósmica corresponde a uma fase acelerada nos estágios iniciais do universo. A ideia básica por trás de muitos modelos inflacionários é que o universo nos seus estágios iniciais foi dirigido pela densidade de energia aproximadamente constante de um campo escalar  $\phi$ . Podemos então avaliar como seria a taxa de expansão assumindo um período dominado por uma densidade constante  $\rho_\phi$

$$\rho_\phi \simeq \text{constante}, \quad H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_\phi. \quad (1.19)$$

Sendo a densidade do campo escalar constante, o parâmetro de Hubble também será constante e, como consequência, temos uma expansão exponencial

$$\frac{da}{a} \simeq H_I dt \quad \Rightarrow \quad a(t) \simeq a_0 e^{H_I(t-t_0)}. \quad (1.20)$$

Assumindo que a inflação ocorre logo após o tempo de Planck, podemos utilizar os métodos da teoria de campos para quantizar as perturbações cosmológicas. Segundo a teoria quântica de campos, o vácuo é preenchido por flutuações de todos os tipos de campos físicos. Considerando um universo em expansão exponencial, a estrutura do vácuo é bastante complexa. A expansão exponencial na fase inflacionária faz com que o comprimento de onda das flutuações quânticas do ínflaton ultrapassem o raio de Hubble e ‘congelem’ num determinado valor. Isso significa que as flutuações param de propagar, i.e., sua amplitude permanece inalterada durante um longo intervalo de tempo enquanto seu comprimento de onda cresce exponencialmente, uma vez que comprimento de onda das flutuações  $\lambda \sim a$  e o comprimento de Hubble  $d_H \sim H_I^{-1}$ . Quando  $\lambda \sim H^{-1}$ , as perturbações deixam o horizonte. Terminada a fase inflacionária, o raio de Hubble evolui mais rapidamente do que o fator de escala e as flutuações reentram no raio de Hubble durante a era da radiação ou na era da matéria.

## 1.2 Teoria Linear da Formação de Estruturas - Abordagem Newtoniana

A teoria de formação de estruturas baseada na gravitação Newtoniana é válida somente dentro do horizonte. É possível obter os principais resultados para formação de estruturas, com exceção do espectro primordial, utilizando o tratamento newtoniano. Nessa seção, vamos derivar as equações do crescimento das flutuações de primeira ordem a partir das equações hidrodinâmicas e discutir os principais modos de crescimento.

### 1.2.1 Hidrodinâmica - Universo em Expansão

Examinaremos a seguir a evolução das perturbações na densidade em que as flutuações no campo de densidade são positivas e muito menores do que a unidade. Essas pequenas perturbações estão associadas a campos gravitacionais muito fracos tal que a descrição Newtoniana da gravidade pode ser aplicada. A relação entre a densidade de matéria e o potencial gravitacional é linear e os efeitos da distribuição de matéria e das flutuações na densidade podem ser considerados separadamente, i.e., o campo gravitacional da distribuição de matéria total pode ser considerado como a soma da distribuição média da matéria e das flutuações na densidade.

Assumindo que o fluido de fundo é homogêneo e que a dinâmica da expansão de Hubble é controlada pelo campo gravitacional da densidade média de matéria  $\rho_0$ , temos que

$$\vec{r} = a(t)\vec{x}, \quad (1.21)$$

$$\vec{v} = \dot{a}\vec{x} + a\frac{d\vec{x}}{dt} = H\vec{r} + \delta\vec{v}, \quad (1.22)$$

$$\nabla\Phi_0 = \frac{4\pi G\rho_0(t)}{3}\vec{r}, \quad (1.23)$$

onde  $\vec{v}_0 = H\vec{r}$  é a velocidade do fluido segundo expansão de fundo,  $\delta\vec{v}$  é a velocidade no referencial comóvel e  $\Phi_0$  é o potencial gravitacional.

A dinâmica do fluido pode ser descrita em termos da equação de continuidade, que está associada à conservação da matéria, da equação de Euler, que descreve a conservação do momento e o comportamento do fluido sob ação de forças, da equação de Poisson, que relaciona o perfil de densidade e o potencial gravitacional, e da conservação de entropia

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\vec{v}) = 0 \quad \text{Equação de continuidade,} \quad (1.24)$$

$$\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v} = -\frac{1}{\rho}\nabla p - \nabla\Phi \quad \text{Equação de Euler,} \quad (1.25)$$

$$\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho \quad \text{Equação de Poisson,} \quad (1.26)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)S = 0 \quad \text{Conservação da Entropia.} \quad (1.27)$$

No conjunto de equações acima  $\rho$  é a densidade,  $p$  é a pressão,  $\vec{v}$  é o campo de velocidade,  $\Phi$  é o potencial gravitacional e  $S$  é a entropia por unidade de massa. Note também que esse conjunto de equações é válido somente para matéria não-relativística, onde  $v \ll c$ . Com intuito de evitar inconsistências na abordagem Newtoniana, devemos ser cautelosos no tratamento de fluidos com uma considerável pressão [45].

Para avaliar o crescimento das estruturas nos estágios iniciais da sua evolução, vamos introduzir a quantidade  $\delta$  para obter as equações que descrevem a dinâmica de pequenas perturbações ( $\delta \ll 1$ )

$$\delta(\vec{r}, t) \equiv \frac{\rho(\vec{r}, t) - \rho_0(t)}{\rho_0(t)} \equiv \frac{\delta\rho(\vec{r}, t)}{\rho_0(t)}, \quad (1.28)$$

esse termo é conhecido como contraste de densidade. Além da densidade, também será aplicado um termo de perturbação em todos os campos da seguinte forma

$$p(t, \vec{r}) = p_0(t) + \delta p(t, \vec{r}), \quad S(t, \vec{r}) = S_0(t) + \delta S(t, \vec{r}), \quad (1.29)$$

$$\vec{v}(t, \vec{r}) = \vec{v}_0(t, \vec{r}) + \delta\vec{v}(t, \vec{r}), \quad \Phi(t, \vec{r}) = \Phi_0(t, \vec{r}) + \delta\Phi(t, \vec{r}), \quad (1.30)$$

onde as grandezas com o índice (0) correspondem as soluções de equilíbrio não-perturbada. Sendo  $\delta\vec{v}$  a variação na velocidade, que não inclui o fluxo de Hubble  $v_0$ , chamada de velocidade peculiar.

Substituindo a expansão  $1/(\rho_0 + \delta\rho_0)$  e a equação de estado para  $p(\rho_0 + \delta\rho, S_0 + \delta S)$ , dadas por

$$\frac{1}{(\rho_0 + \delta\rho_0)} = \frac{1}{\rho_0} + \frac{\delta\rho}{\rho_0^2} + \dots, \quad \delta p = \left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_S \delta\rho + \left. \frac{\partial p}{\partial S} \right|_\rho \delta S = c_s^2 \delta\rho + \sigma \delta S, \quad (1.31)$$

no conjunto de equações (1.24), (1.25), (1.26), (1.27) e utilizando a transformação das coordenadas físicas  $(t, \vec{r})$  para as coordenadas comóveis  $(t, \vec{x})$

$$\nabla_r = \frac{1}{a} \nabla_x \quad \text{e} \quad \left. \frac{\partial}{\partial t} \right|_r = \left. \frac{\partial}{\partial t} \right|_x - \vec{v}_0 \cdot \nabla_r, \quad (1.32)$$

encontramos as equações da dinâmica do fluido perturbado

$$\left. \frac{\partial \delta}{\partial t} \right|_x + \frac{1}{a} \nabla_x \cdot \delta\vec{v} = 0, \quad (1.33)$$

$$\left. \frac{\partial \delta\vec{v}}{\partial t} \right|_x + H \delta\vec{v} = -\frac{1}{a\rho_0} \nabla_x (c_s^2 \delta\rho + \sigma \delta S) - \frac{1}{a} \nabla_x \delta\Phi, \quad (1.34)$$

$$\nabla_x^2 \delta\Phi = 4\pi G a^2 \rho_0 \delta, \quad (1.35)$$

$$\left. \frac{\partial \delta S}{\partial t} \right|_x = 0. \quad (1.36)$$

Nas equações acima utilizamos  $\nabla_r \cdot \vec{v}_0 = 3H$ ,  $(\delta\vec{v} \cdot \nabla_r) \vec{v}_0 = H \delta\vec{v}$  e o potencial perturbado  $\delta\Phi = (2\pi/3)G\delta\rho |\vec{r}|^2$ . Como as perturbações são muito menores do que a unidade ( $\delta \ll 1$ ,  $\delta p \ll 1$ ,  $\delta\Phi \ll 1$ ,  $\delta v \ll 1$ ), os termos cruzados são desprezíveis.

## 1.2.2 Tipos de Perturbações

**Perturbação Entrópica ou Isotérmica:** A perturbação entrópica ou isotérmica ocorre somente em multi-fluidos como, por exemplo, bárions inseridos em um fundo de radiação uniforme. Nesse caso, os bárions podem estar distribuídos de maneira inhomogênea em um

fundo de radiação homogêneo, i.e., qualquer flutuação na densidade de matéria não implica na flutuação da componente de radiação. Não existe nenhuma inomogeneidade na radiação que, conseqüentemente, é isotérmica. A conservação da entropia perturbada nos diz que a variação da entropia é estática, tal que  $\delta S(\vec{x}, t) = \delta S(\vec{x})$  [46].

**Perturbações Vetorial:** As soluções com  $\delta = \delta S = 0$  para o sistema equações hidrodinâmico corresponde à  $\nabla \cdot \delta \vec{v} = 0$ , segundo a equação de continuidade, e à  $\delta \dot{\vec{v}} + H\vec{v} = 0$ , segundo a equação de Euler, e tem como solução

$$\delta \vec{v} \propto \frac{1}{a}. \quad (1.37)$$

No universo em expansão, essa solução apresenta só um modo de decaimento. Sendo assim, essas perturbações só teriam uma amplitude significativa hoje se as amplitudes iniciais fossem muito grandes a ponto de destruir a homogeneidade e isotropia do universo primordial, o que difere das observações da RCF. Sendo assim, podemos desprezar qualquer contribuição da perturbação vetorial no cenário de formação de estruturas.

A relação  $\nabla \cdot \delta \vec{v} = 0$  nos diz que, sendo  $\delta \vec{v} = \vec{v}_k e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}}$ , a velocidade é perpendicular ao vetor de onda  $\vec{k} \cdot \delta \vec{v} = 0$ . Isso significa que a perturbação na densidade não pode ser afetada por perturbações vetoriais de cisalhamento. Devem existir dois modos de cisalhamento uma vez que existem duas direções perpendiculares a  $\vec{k}$  [47].

**Perturbações Adiabáticas:** As perturbações adiabáticas ocorrem quando a variação na entropia é nula  $\delta S = 0$ . Assumindo uma perturbação adiabática, podemos obter a equação da evolução do contraste de densidade

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} + 2\frac{\dot{a}}{a} \frac{\partial \delta}{\partial t} - \frac{c_s^2}{a^2} \nabla^2 \delta - 4\pi G \rho_0 \delta = 0, \quad (1.38)$$

cuja solução pode ser escrita como a soma de ondas planas

$$\delta(t, \vec{x}) = \sum \delta_{\vec{k}}(t) e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}}. \quad (1.39)$$

A equação (1.38) foi obtida derivando a equação de continuidade perturbada, aplicando o divergente na equação de Euler perturbada e utilizando a equação de Poisson. Substituindo a solução (1.39) na equação de evolução do contraste de densidade (1.38), encontramos

$$\frac{\partial^2 \delta_{\vec{k}}}{\partial t^2} + 2\frac{\dot{a}}{a} \frac{\partial \delta_{\vec{k}}}{\partial t} = \left[ 4\pi G \rho_0 - \frac{c_s^2}{a^2} k^2 \right] \delta_{\vec{k}}, \quad (1.40)$$

onde  $c_s$  é a velocidade do som. Essa equação diferencial linear apresenta duas soluções independentes, cujo crescimento vai depender do modelo de evolução do universo.

**Perturbações de Isocurvatura:** A perturbação de isocurvatura nos diz que a soma da flutuação na densidade da matéria com a flutuação na densidade da radiação deve ser nula, i.e.,

a flutuação não altera a curvatura espacial local. Nesse caso, a densidade de energia da radiação e da matéria estão anti-correlacionadas, ou seja,  $\delta\rho_m + \delta\rho_r = 0$ . A medida que o universo vai evoluindo, essas perturbações variam. Na figura (1.1) ilustramos o comportamento dos tipos de perturbações para matéria e radiação.

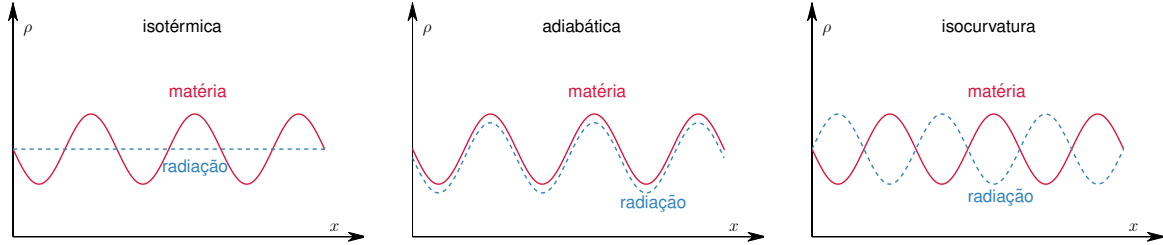


Figura 1.1: Tipos de Perturbações.

### 1.2.3 Função de Crescimento

Em 1902 Jeans mostrou que deveria existir uma instabilidade gravitacional iniciada a partir de nuvens de gás para formar estrelas e planetas. Essa instabilidade é a base do modelo padrão da origem das estruturas e ficou conhecida como instabilidade de Jeans. Para entender a instabilidade de Jeans, devemos considerar pequenas flutuações na densidade e na velocidade a partir de um fluido homogêneo e isotrópico. Os cálculos de Jeans foram obtidos considerando um universo estático porque um universo em expansão ainda não tinha sido considerado naquela época. Jeans assumiu que as flutuações na densidade podem crescer no tempo se os efeitos estabilizadores da pressão do fluido são muito menores do que a tendência da auto-gravitação induzir um colapso. Regiões mais densas vão acretar mais material resultando numa instabilidade responsável pelo colapso da flutuação até a formação de objetos gravitacionalmente ligados [48]. O critério para que isso ocorra é aquele em que a flutuação deve atingir um comprimento de escala chamado de comprimento de Jeans  $\lambda_J$ .

Vamos assumir, por simplicidade, uma inhomogeneidade esférica de raio  $\lambda$  e massa  $M$  contendo uma flutuação na densidade positiva  $\delta\rho > 0$  num fluido com densidade média  $\rho$ . Para que a flutuação cresça através da auto-gravitação, a força gravitacional por unidade massa  $F_g$  deve exceder a força de pressão por unidade massa  $F_p$

$$F_g = \frac{GM}{\lambda^2} > \frac{p\lambda^2}{\rho\lambda^3} = F_p \quad \Rightarrow \quad G\rho\lambda > \frac{c_s^2}{\lambda}, \quad (1.41)$$

onde  $c_s = (p/\rho)^{1/2}$  é a velocidade do som e utilizamos  $M = \rho\lambda^3$ . Assim, o comprimento de onda limite necessário para o colapso deve ser maior do que  $\lambda_J = c_s(G\rho)^{-1/2}$ . Se a condição (1.41) não for satisfeita, e as forças de pressão dentro do fluido forem maiores do que a auto-gravidade, a perturbação vai oscilar como uma onda acústica com velocidade  $c_s$  e comprimento de onda  $\lambda$  [48].

Considerando perturbações adiabáticas, os termos do lado direito da equação (1.40) correspondem a competição entre a força gravitacional,  $4\pi G\rho_0\delta_{\vec{k}}$ , e a força associada à pressão,

$c_s^2 k^2 \delta_{\vec{k}}/a^2$ . Assim, o comportamento da evolução da flutuação depende essencialmente do valor do comprimento de Jeans. Sendo  $k = 2\pi a/\lambda$ , podemos calcular comprimento de Jeans igualando os efeitos da pressão à força gravitacional

$$\lambda_J = c_s \left( \frac{\pi}{G\rho_0} \right)^{1/2}. \quad (1.42)$$

Se  $\lambda \ll \lambda_J$ , o termo de pressão domina e a flutuação corresponde a uma onda sonora com amplitude que decai com o tempo devido à expansão

$$\delta_{\vec{k}} \propto \frac{1}{\sqrt{c_s a(t)}} \exp\left(\pm k \int \frac{c_s dt}{a(t)}\right). \quad (1.43)$$

Se  $\lambda \gg \lambda_J$ , o termo gravitacional domina e o contraste de densidade deve evoluir segundo a equação

$$\frac{\partial^2 \delta_{\vec{k}}}{\partial t^2} + 2H \frac{\partial \delta_{\vec{k}}}{\partial t} = 4\pi G \rho_0 \delta_{\vec{k}}. \quad (1.44)$$

Se o fluido corresponde à matéria não-relativística, o termo  $4\pi G \rho_0 \delta$  pode ser substituído por  $(3/2)H_0 \Omega_m^{(0)} a^{-3} \delta$ , sendo  $H_0$  e  $\Omega_m^{(0)}$  a constante de Hubble e o parâmetro de densidade da matéria hoje, respectivamente. Nesse caso, o crescimento do contraste de densidade deixa de ser um crescimento exponencial. Note que a evolução do contraste de densidade será diferente para diferentes modelos cosmológicos.

Caso a expansão do universo não seja levada em conta ( $H = 0$ ), o contraste de densidade vai propagar como uma onda se  $c_s^2 k^2 > 4\pi G \rho_0$  ou terá um crescimento exponencial se  $4\pi G \rho_0 > c_s^2 k^2$ . O termo  $2H \partial \delta_{\vec{k}}/\partial t$  funciona como um termo de fricção que amortece o crescimento das flutuações.

**Crescimento no Modelo Einstein-de Sitter.** No caso do modelo Einstein-de Sitter (EdS), em que  $\Omega_m = 1$  e  $\Omega_X = 0$ , o fator de escala evolui com  $a = (t/t_0)^{2/3}$ , tal que

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \frac{2}{3t} \quad \text{e} \quad \rho_0 = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \left( \frac{t}{t_0} \right)^{-2}. \quad (1.45)$$

Sendo  $t = t_0$  hoje e  $H_0 = 2/(3t_0)$ , a equação (1.44) torna-se

$$\frac{\partial^2 \delta_{\vec{k}}}{\partial t^2} + \frac{4}{3t} \frac{\partial \delta_{\vec{k}}}{\partial t} - \frac{2}{3t^2} \delta_{\vec{k}} = 0. \quad (1.46)$$

Assumindo que  $\delta_{\vec{k}} \propto t^q$  pelo fato da equação (1.46) ter dimensão  $\delta_{\vec{k}}/(\text{tempo})^2$ , temos que

$$q(q-1) + \frac{4}{3}q - \frac{2}{3} = 0, \quad (1.47)$$

com soluções  $q = 2/3$  e  $q = -1$ . Vamos dividir a solução em dois modos: um modo de crescimento relacionado ao  $\delta_+(t) = t^{2/3}$  e outro modo de decaimento relacionado à  $\delta_-(t) = t^{-1}$ , tal que

$$\delta(\vec{x}, t) = A(\vec{x})\delta_+(t) + B(\vec{x})\delta_-(t) = A(\vec{x})t^{2/3} + B(\vec{x})t^{-1}. \quad (1.48)$$

O modo de crescimento no modelo EdS é proporcional ao fator de escala,  $\delta_+(t) = t^{2/3} = a$ . Embora essa evolução seja diferente para diferentes parâmetros cosmológicos, o comportamento qualitativo pode ser interpretado de maneira bem similar: dividindo a solução em dois modos linearmente independentes. A solução de crescimento irá dominar em escalas de tempo maiores e as soluções decrescentes se tornam irrelevantes.

**Perturbação na matéria escura na era da radiação.** Devemos fazer algumas modificações na equação de evolução do contraste de densidade no caso da era dominada pela radiação. Num universo composto essencialmente por radiação o termo fonte nas equações de Einstein deve incluir o termo de pressão e o tratamento newtoniano não é suficiente [48]. No entanto, as perturbações na distribuição de matéria escura não irão alterar a componente relativística em escalas comparáveis ao horizonte. Podemos, então, utilizar a teoria newtoniana para as perturbações da matéria escura em um meio relativístico.

Primeiramente, vamos assumir uma época em que a densidade de energia da matéria escura é igual a densidade de energia do meio relativístico  $\rho_{dm} = \rho_r = \rho_{eq}$  e  $a = a_{eq}$ , tal que

$$\rho_{total} = \rho_{eq} \left[ \left( \frac{a_{eq}}{a} \right)^3 + \left( \frac{a_{eq}}{a} \right)^{3(1+w)} \right] \quad \text{e} \quad H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_{total}. \quad (1.49)$$

Sendo o campo de radiação uniforme, onde  $\delta\rho_r = 0$ , a perturbação na densidade total será igual a  $\delta\rho_{total} = \delta\rho_{dm}$ .

Podemos reescrever a equação de evolução do  $\delta = \delta\rho_{dm}/\rho_{dm}$  para componente não-relativística em termos do fator de escala

$$\ddot{\delta} + 2H\dot{\delta} - 4\pi G\rho_{dm}\delta = 0 \quad (1.50)$$

definindo a variável  $x \equiv a/a_{eq}$  de forma que

$$x^2(1 + x^{-3w}) \frac{\partial^2 \delta_{\vec{k}}}{\partial x^2} + \frac{3}{2} x [1 + (1-w)x^{-3w}] \frac{\partial \delta_{\vec{k}}}{\partial x} - \frac{3}{2} \delta_{\vec{k}} = 0. \quad (1.51)$$

No caso de um fluido dominado pela radiação em que  $w = 1/3$ , a solução de crescimento recai em

$$\delta_+ = 1 + \frac{3}{2}x. \quad (1.52)$$

Antes da equivalência entre matéria e radiação, onde  $x = a/a_{eq} < 1$ , o modo de crescimento está praticamente congelado e o crescimento total no intervalo  $a = (0, a_{eq})$  é somente

$$\frac{\delta_+(x=1)}{\delta_+(x=0)} = \frac{5}{2}. \quad (1.53)$$

Esse efeito é conhecido como efeito Mészáros [49]. O efeito Mészáros nos diz que as perturbações na matéria escura durante a era da radiação são congeladas mesmo que as

perturbações sejam maiores do que o comprimento de onda Jeans. Após do período de equivalência ( $a > a_{\text{eq}}$ ), numa era dominada pela matéria, tal que  $x \gg 1$  a solução (1.52) se iguala ao modo de crescimento da solução (1.48), ou seja,  $\delta_+(x \gg 1) \propto x \propto a \propto t^{2/3}$ .

**Taxa de Crescimento e Velocidade Peculiar.** Na teoria de perturbação linear, válida em escalas suficientemente grandes onde as flutuações na matéria são muito pequenas, o modo de crescimento  $\delta_+(t)$  implica no aumento da amplitude das flutuações enquanto a forma da flutuação permanece congelada. Esse crescimento depende da composição e da taxa de expansão do Universo. Uma solução genérica, envolvendo diferentes modelos cosmológicos, para o modo de crescimento é dada por [50]

$$\delta_+(t) = \frac{5\Omega_m}{2} E(z) \int_z^\infty \frac{1+z'}{E^3(z')} dz' \quad (1.54)$$

onde  $E(z) \equiv H(z)/H_0 = [\Omega_m(1+z) + \Omega_K(1+z)^2 + \Omega_X]^{1/2}$ .

Podemos encontrar a relação entre o divergente da velocidade peculiar  $\delta\vec{v}$  e a variação temporal da flutuação através da equação de continuidade (1.33), tal que

$$\nabla \cdot \delta\vec{v} = -a \frac{\partial \delta}{\partial t} = -a \delta \frac{\partial \ln \delta}{\partial \ln a} \frac{\dot{a}}{a} = -a \delta f(a) H \quad (1.55)$$

onde, na última passagem, definimos a taxa de crescimento  $f(a) \equiv \partial \ln \delta / \partial \ln a = H^{-1} \dot{\delta}_+ / \delta_+$ .

A taxa de crescimento tem um papel fundamental na distinção de modelos com diferentes teorias de gravitação. Em 2005, Linder [51] propôs uma parametrização independente para testar desvios da função crescimento considerando a gravidade de Einstein através do chamado índice de crescimento  $\gamma$ , definido por

$$g(a) \equiv \frac{\delta}{a} = \exp \int \frac{da}{a} [\Omega_m^\gamma(a) - 1]. \quad (1.56)$$

Considerando  $G = d \ln g(a) / d \ln a = f(a) - 1$  e substituindo na equação diferencial do contraste de densidade (1.40) numa era dominada pela matéria, temos que

$$\frac{d \ln G}{d \ln a} + \left( 4 + \frac{1}{2} \frac{d \ln H^2}{d \ln a} \right) G + G^2 + 3 + \frac{1}{2} \frac{d \ln H^2}{d \ln a} - \frac{3}{2} \Omega_m(a) = 0, \quad (1.57)$$

que tem como solução

$$G(a) = [\Omega_m(a)]^\gamma - 1. \quad (1.58)$$

Note que nesse caso estamos considerando uma taxa de crescimento  $G(a)$  definida através do contraste de densidade normalizado  $\delta/a$ . Isso implica que  $G = 0$  numa era composta puramente por matéria ( $\Omega_m = 1$ ), uma vez que  $\delta_+ \propto a$ .

Os valores de  $\gamma$  serão diferentes para diferentes teorias de gravitação. Como exemplo, temos que  $\gamma = \frac{3(w-1)}{(6w-5)}$  para modelos de energia escura que tem como teoria de gravitação



a relatividade geral ( $\gamma \simeq 0.55$  para  $\Lambda$ CDM) e  $\gamma = 0.68$  para modelos de brana de Dvali-Gabadadze-Porrati (DGP) [52]. Qualquer desvio significativo de  $\gamma_{RG}$  nos diz que a relatividade geral não corresponde a descrição mais adequada para interação gravitacional. Assim, uma vez obtida a taxa de crescimento  $f(a)$ , podemos avaliar a teoria de gravitação que mais se ajusta aos observáveis através da relação  $f(a) = [\Omega_m(a)]^\gamma$  [53].

### 1.2.4 Função de Transferência

A amplitude das flutuações quando reentram no horizonte é conhecida como “amplitude primordial”. Os processos físicos dentro do horizonte como, por exemplo, a interação matéria-radiação, podem provocar pequenos desvios na evolução das perturbações primordiais. A função de transferência  $T(k)$  contabiliza os desvios na evolução das perturbações primordiais dependendo da escala em que as perturbações atravessam o horizonte.

Como as perturbações na matéria escura na era da radiação não podem evoluir dentro da escala do horizonte por causa do efeito Mézáros, os modos  $k$  em escalas menores são suprimidos comparados aos modos em escalas maiores. Assim, os modos que entram no horizonte na era dominada pela radiação são congelados imediatamente ao atravessarem e só voltam a evoluir na era dominada pela matéria com  $\delta_+ \propto a$ .

Para uma descrição completa da função de transferência, é necessário levar em conta todas as contribuições de energia e suas interações. Para tal, é necessário descrever a evolução das perturbações levando em conta a equação de Boltzmann relativística. A função de transferência dos bárions são afetadas por padrões de oscilações acústica devido ao acoplamento fóton-bárions, como veremos em detalhes na próxima seção.

O potencial gravitacional pode ser escrito em termos do potencial primordial, relacionando as amplitudes primordiais, da seguinte maneira [54]

$$\Phi(\vec{k}, a) = [\text{Potencial Primordial}](\vec{k}) \times [\text{Função de Transferência}](\vec{k}) \times [\text{Modo de Crescimento}](a).$$

Um aspecto importante a ser enfatizado é que enquanto a função de transferência descreve a evolução das perturbações ao atravessarem o horizonte, o modo de crescimento descreve o crescimento das flutuações em termos somente do fator de escala e independente do comprimento de onda.

## 1.3 Teoria Linear da Formação de Estruturas - Abordagem Relativística

Até o momento desenvolvemos a teoria de evolução linear ( $|\delta| \ll 1$ ) da formação de estrutura segundo a abordagem Newtoniana. A partir de agora vamos introduzir a perturbação

linear no nível relativístico como complemento e generalização de alguns resultados no regime newtoniano. Para tal, as perturbações no referencial da relatividade geral terão uma abordagem bastante distinta da abordagem Newtoniana que consideramos até aqui. Neste caso, a métrica  $\bar{g}_{\mu\nu}$  será tratada no nível perturbativo, onde adicionamos pequenas perturbações  $h_{\mu\nu}$ . Ao considerar desvios de um universo homogêneo e isotrópico, devemos estabelecer uma escolha do sistema de coordenada e a liberdade dessa escolha descreve as perturbações. Se assumirmos pequenos desvios da métrica de fundo, devemos escolher um sistema de coordenada tal que a métrica perturbada seja próxima à métrica de fundo. As coordenadas da métrica de fundo foram definidas através de propriedades de simetria. Por outro lado, não existe nenhum sistema de coordenada preferencial para descrever as perturbações. A escolha do sistema de coordenadas das perturbações é chamada *escolha de calibre*. Existe uma dificuldade na distinção entre as perturbações físicas daquelas que surgem devido a escolha do calibre. Podemos resolver este problema de maneiras diferentes: fixar o calibre de maneira que o sistema de coordenada seja completamente descrito [55, 56, 57] ou introduzir perturbações invariantes de calibre [58, 59, 60]. Nenhuma das soluções apresenta vantagem em relação à outra, só devemos estar atentos à correta interpretação que cada uma das abordagens conduz.

### 1.3.1 Perturbações na métrica e no tensor energia-momento

A perturbação sobre a métrica FLRW  $\bar{g}_{\mu\nu}$ , que descreve um universo homogêneo e isotrópico de fundo, é dada por

$$g_{\mu\nu} = \bar{g}_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad \text{onde} \quad \bar{g}_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -dt^2 + a^2(t) \bar{\gamma}_{ij} dx^i dx^j, \quad (1.59)$$

onde  $\bar{\gamma}_{ij}$  corresponde à métrica espacial FLRW e a  $h_{\mu\nu}$  à perturbação. A condição  $g_{\alpha\gamma} g^{\gamma\beta} = \delta_\alpha^\beta$  impõe a seguinte relação de primeira ordem

$$h^{\mu\nu} = -\bar{g}^{\alpha\mu} \bar{g}^{\beta\nu} h_{\alpha\beta}. \quad (1.60)$$

A métrica FLRW é invariante sob translações e rotações espaciais  $(\eta, \vec{x}) \rightarrow (\eta, \tilde{\vec{x}})$  considerando um tempo conforme  $\eta$  fixo. Vamos representar as variáveis no novo sistema de coordenadas utilizando o “ $\sim$ ”, onde o comportamento da transformação geral é dada por

$$\bar{g}_{ab}(\eta) = \frac{\partial x^i}{\partial \tilde{x}^a} \frac{\partial x^j}{\partial \tilde{x}^b} \bar{g}_{ij}(\eta). \quad (1.61)$$

Nesse caso as transformações se reduzem à transformações de coordenada puramente espaciais  $(\eta, \vec{x}) \rightarrow (\eta, \tilde{\vec{x}})$

$$\begin{aligned} \tilde{h}_{00}(\eta, \tilde{\vec{x}}) &= \tilde{g}_{00}(\tilde{\vec{x}}) - \bar{g}_{00} = h_{00}(\eta, \tilde{\vec{x}}), \\ \tilde{h}_{a0}(\eta, \tilde{\vec{x}}) &= \tilde{g}_{a0}(\tilde{\vec{x}}) - \bar{g}_{a0} = \frac{\partial x^i}{\partial \tilde{x}^a} h_{i0}(\eta, \tilde{\vec{x}}), \\ \tilde{h}_{ab}(\eta, \tilde{\vec{x}}) &= \tilde{g}_{ab}(\tilde{\vec{x}}) - \bar{g}_{ab} = \frac{\partial x^i}{\partial \tilde{x}^a} \frac{\partial x^j}{\partial \tilde{x}^b} h_{ij}(\eta, \tilde{\vec{x}}), \end{aligned} \quad (1.62)$$

onde utilizamos  $\bar{g}_{i0} = 0$  e o fato de que  $\bar{g}_{ij} = a^2(\eta)\delta_{ij}$  tal que  $\partial x^i / \partial \tilde{x}^a$  é uma matrix diagonal.

As propriedades de simetrias do fundo homogêneo e isotrópico num dado momento, definem o tipo de perturbação que estamos tratando. Uma vez que as transformações nas coordenadas espaciais só afetam as componentes  $i = 1, 2, 3$ , vamos ter três tipos de perturbações que podem ser classificadas como: escalar, vetorial e tensorial. O modo  $h_{00}$  se transforma como escalar, o  $h_{i0} = h_{0i}$  se transforma como vetor e  $h_{ij}$  como tensor.

A perturbação na métrica FLRW corresponde à [47]

$$h_{\mu\nu} = a^2(\eta) \begin{pmatrix} -2A & B_i \\ B_i & 2(H_L\delta_{ij} + H_{ij}) \end{pmatrix}. \quad (1.63)$$

As quantidade  $A(\eta, \vec{x})$ ,  $B_i(\eta, \vec{x})$ ,  $H_L(\eta, \vec{x})$ ,  $H_{ij}(\eta, \vec{x})$  descrevem a perturbação, onde  $H_{ij}g^{ij} = 0$ . Podemos explorar as simetrias de cada quantidade sob transformações espaciais de rotação e translação. Nesse caso, as quantidades  $A$  e  $H_L$  se comportam como escalares,  $B_i$  como vetor e  $H_{ij}$  como tensor.

Podemos ainda decompor o modo vetorial  $B_i$  em uma componente longitudinal e transversal

$$B_i = B_i^{\parallel} + B_i^{\perp}, \quad \text{onde} \quad \nabla \cdot B_i^{\perp} = \nabla \times B_i^{\parallel} = 0. \quad (1.64)$$

Quando formos derivar as equações de Einstein nas componentes  $0i$ , veremos a contribuição dos termos transversal e longitudinal. Se tomarmos o rotacional das equações de campo, somente o termo transversal permanece. No caso da divergência, somente o termo longitudinal irá contribuir. Então podemos dizer que as duas componentes estão completamente desacopladas e evoluem independentemente. Consequentemente, cada uma das componentes podem ser tratadas separadamente. Se a perturbação for uma quantidade escalar, somente o termo longitudinal pode estar acoplado as perturbações na densidade.

O tensor pode ser escrito em termos de três componentes de traço nulo, isto é,

$$H_{ij} = H_{ij}^{\parallel} + H_{ij}^{\perp} + H_{ij}^T, \quad (1.65)$$

onde  $H_{ij}^{\parallel}$ ,  $H_{ij}^{\perp}$  (modos vetoriais longitudinal e transversal) e  $H_{ij}^T$  são dados por

$$\epsilon_{ijk}\partial_i\partial_k H_{ij}^{\parallel} = 0, \quad \partial_i\partial_j H_{ij}^{\perp} = 0, \quad \partial_i H_{ij}^T = 0, \quad (1.66)$$

tal que  $\epsilon_{ijk}$  é o tensor de Levi-Civita que é igual a +1 quando a permutação dos índices é par, igual a -1 quando a permutação é ímpar e igual a 0 quando os índices se repetem. Então o rotacional de  $\partial_i H_{ij}^{\parallel}$  e a divergência de  $\partial_j H_{ij}^{\perp}$  e de  $H_{ij}^{\perp}$  são nulos. Como  $\partial_i H_{ij}^{\parallel}$  tem rotacional nulo, podemos escrever o modo  $H_{ij}^{\parallel}$  em termos de uma função escalar  $D$

$$H_{ij}^{\parallel} = \left( \partial_i\partial_j - \frac{1}{3}\delta_{ij}\nabla^2 \right) D \equiv \Delta_{ij}D. \quad (1.67)$$

Não podemos derivar  $H_{ij}^{\perp}$  e  $H_{ij}^T$  de uma função escalar. O primeiro corresponde à perturbações rotacionais na velocidade, enquanto o segundo dá origem às *ondas gravitacionais* acopladas a matéria somente no caso de perturbações anisotrópicas.

As perturbações escalares são de extrema importância por estarem associadas as inhomogeneidades na densidade de energia que provocam as instabilidades gravitacionais responsáveis pela formação de estruturas. Por outro lado, as perturbações vetoriais estão associadas aos movimentos rotacionais do fluido que decaem com  $a$ , enquanto as perturbações tensoriais estão relacionadas aos graus de liberdade do próprio campo gravitacional, denominados *ondas gravitacionais* [59, 61]. Na aproximação linear, as ondas gravitacionais não induzem perturbações no fluido perfeito [62]. Todos os modos de perturbação estão desacoplados, permitindo o estudo de cada tipo de perturbação separadamente.

Como estamos interessados somente nas perturbações escalares, vamos contabilizar somente as partes de  $B_i$  e  $H_{ij}$  associadas aos modos escalares. Nesse caso, vamos introduzir novas funções escalares  $E$  e  $D$  que produzem o vetor  $E_{,i}$  e o tensor  $\Delta_{ij}D$ , tal que

$$g_{\mu\nu} = a^2(\eta) \begin{pmatrix} -(1 + 2A) & E_{,i} \\ E_{,i} & 2H_L\delta_{ij} + \Delta_{ij}D \end{pmatrix}. \quad (1.68)$$

O tensor energia-momento é perturbado sobre as variáveis  $\bar{\rho}$ ,  $\bar{p}$  e  $\bar{u}_\mu$  em relação aos valores do fluido perfeito no referencial das equações de Friedmann

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_\mu u_\nu + pg_{\mu\nu} + \Pi_{\mu\nu}, \quad (1.69)$$

onde  $\rho(\eta, \vec{x}) = \bar{\rho}(\eta) + \delta\rho(\eta, \vec{x})$  é a densidade perturbada,  $p(\eta, \vec{x}) = \bar{p}(\eta) + \delta p(\eta, \vec{x})$  é a pressão perturbada,  $u_\mu(\eta, \vec{x}) = \bar{u}_\mu(\eta) + \delta u_\mu(\eta, \vec{x})$  é a 4-velocidade e  $\Pi_{\mu\nu}$  é a tensão anisotrópica do fluido que contabiliza os desvios do fluido ideal tais como dissipação.

Podemos então associar a métrica perturbada ao tensor energia-momento perturbado através das equações de Einstein. Esse procedimento é bastante complexo do ponto de vista analítico, de tal forma que vamos resumir alguns dos principais resultados.

### 1.3.2 Sistema de Coordenadas - Transformações de Calibre

Para interpretar os resultados da evolução das perturbações de maneira adequada, precisamos identificar e eliminar as perturbações que não são físicas inclusas no modo de calibre. A liberdade da escolha do calibre é equivalente a fixar o sistema de coordenadas ou uma classe de sistemas. Como essa escolha tem impacto maior na perturbação escalar, vamos considerar somente os calibres escalares. Agora vamos assumir algumas escolhas particulares do calibre, calcular a métrica e as perturbações na densidade. Embora existam inúmeros calibre explorados na literatura, vamos apresentar apenas uma escolha chamada calibre Newtoniano.

O calibre conhecido como calibre Newtoniano trata de perturbações dentro do horizonte e apresentam resultados simples de serem interpretados pela física Newtoniana. É importante ressaltar que a transformação de calibre não vincula dois observadores no mesmo espaço-tempo, mas sim, dois espaços-tempo diferentes, um de fundo e outro perturbado, visto pelo mesmo observador.

Definimos o sistema de coordenadas do universo não perturbado de forma que as partículas de matéria se encontram em coordenadas comóveis. Podemos introduzir as perturbações

assumindo que partículas estão no referencial perturbado enquanto os observadores se encontram no referencial não perturbado. Essa escolha é chamada de calibre Newtoniano ou longitudinal devido à fácil redução ao caso Newtoniano. Neste caso, os observadores detectam o campo de velocidade das partículas caindo nos aglomerados de matéria e, conseqüentemente, podem medir o potencial gravitacional. Nesse calibre, vamos renomear as quantidades da forma  $A \equiv \Psi$  e  $-H_L \equiv \Phi$  e  $E = D = 0$ , onde a métrica toma a forma

$$ds^2 = a^2(\eta)[-(1 + 2\Psi)d\eta^2 + (1 + 2\Phi)\delta_{ij}dx^i dx^j]. \quad (1.70)$$

### 1.3.3 Equações de Campo Perturbadas

Para obter as equações de campo linearizadas, vamos introduzir pequenas perturbações  $\delta G_{\mu\nu}$  no tensor de Einstein

$$G_{\mu\nu} = \bar{G}_{\mu\nu} + \delta G_{\mu\nu}, \quad (1.71)$$

onde  $\bar{G}_{\mu\nu}$  é o tensor de Einstein não perturbado. Segundo o teorema da decomposição, as perturbações podem evoluir independentemente até primeira ordem devido a simetria rotacional do universo FLRW\*. Então as perturbações satisfazem à equação de campo

$$\delta G_{\mu\nu} = 8\pi G \delta T_{\mu\nu}. \quad (1.72)$$

Escolhendo a métrica no calibre Newtoniano, podemos encontrar as equações de campo perturbadas. Para obter as equações de campo de um único fluido, vamos considerar que a perturbação no fluido perfeito também permanece como fluido perfeito, tal que  $\delta T_j^i = 0$  para  $(i \neq j)$ . O tensor anisotrópico é importante somente quando estamos considerando fluidos cuja densidade de energia interna é uma fração considerável da energia total. Durante a era dominada pela matéria, em que fluidos ideais dominam a energia total, podemos desprezar o tensor anisotrópico. Assim, o tensor energia-momento linearizado torna-se

$$\delta T_\nu^\mu = (\delta\rho + \delta p)u^\mu u_\nu + (\rho + p)(\delta u^\mu u_\nu + u^\mu \delta u_\nu) + \delta p \delta_\nu^\mu. \quad (1.73)$$

A perturbação na 4-velocidade  $u^\mu \equiv dx^\mu/ds$ , desprezando os termos de alta ordem, é dada por

$$u^\mu = [a^{-1}(1 - \Psi), a^{-1}v^i], \quad u_\mu = g_{\mu\nu}u^\nu = [-a(1 + \Psi), a v_i], \quad u_\mu u^\mu = -1, \quad (1.74)$$

onde  $v^i = dx^i/d\eta = a dx^i/dt$  é a velocidade peculiar.

Definimos os termos de densidade e velocidade da seguinte maneira

$$\delta \equiv \frac{\delta\rho}{\bar{\rho}}, \quad \theta \equiv \nabla_i v^i. \quad (1.75)$$

\* Para maiores detalhes sobre o teorema da decomposição veja [59, 63].

A partir das componentes do tensor energia-momento perturbado

$$\delta T_0^0 = -\delta\rho, \quad \delta T_0^i = -\delta T_i^0 = (1+w)\bar{\rho}v^i, \quad \delta T_1^1 = \delta T_2^2 = \delta T_3^3 = c_s^2\delta\rho \quad (1.76)$$

e dos tensores de Einstein linearizados, podemos calcular as equações de campo

$$3\mathcal{H}(\mathcal{H}\Psi - \Phi') + \nabla^2\Phi = -4\pi Ga^2\delta\rho, \quad (1.77)$$

$$\nabla^2(\Phi' - \mathcal{H}\Psi) = 4\pi Ga^2(1+w)\bar{\rho}\theta, \quad (1.78)$$

$$\Phi'' + 2\mathcal{H}\Phi' - \mathcal{H}\Psi' - (\mathcal{H}^2 + 2\mathcal{H}')\Psi = -4\pi Ga^2c_s^2\delta\rho, \quad (1.79)$$

onde a linha representa a derivada com respeito ao tempo conforme  $\eta$  e  $\mathcal{H} = aH$ . As três equações acima são calculadas das componentes (00), (0i) e (ii). Note ainda que a propriedade  $\delta T_j^j = 0$  implica em  $\Psi = -\Phi$ .

Assumindo que o tensor energia-momento satisfaz a equação de continuidade  $\nabla_\mu T_\nu^\mu = 0$  e utilizando a equação de conservação do fluido não perturbado  $\bar{\rho}' + 3\mathcal{H}(\bar{\rho} + \bar{p}) = 0$ , encontramos

$$\delta' + 3\mathcal{H}(c_s^2 - w)\delta = -(1+w)(\theta + 3\Phi'), \quad (1.80)$$

conhecida como equação de continuidade perturbada.

Tomando a equação  $\nabla_\mu \delta T_\nu^\mu = 0$  para  $\nu = i$  e definindo a quantidade perturbada  $\delta q \equiv a(\bar{\rho} + \bar{p})v$ , tal que  $v$  é campo de velocidade relacionado à  $v^i$  através de  $v^i \equiv \nabla^i v$ , encontramos

$$\delta q' + 3\mathcal{H}\delta q = -a\delta p - (\bar{\rho} + \bar{p})a\Psi. \quad (1.81)$$

Reescrevendo a equação acima em termos de  $\theta = \nabla_i v^i$ , temos que

$$\theta' + \left[ \mathcal{H}(1 - 3w) + \frac{w'}{1+w} \right] \theta = -\nabla^2 \left( \frac{c_s^2}{1+w} \delta + \Psi \right). \quad (1.82)$$

Vamos considerar as transformações de Fourier das funções

$$\Phi = \int e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \Phi_k d^3k \quad \Psi = \int e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \Psi_k d^3k \quad (1.83)$$

$$\delta = \int e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \delta_k d^3k \quad \theta = \int e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \theta_k d^3k \quad (1.84)$$

e combinar o conjunto de equações (1.77), (1.78), (1.79), (1.80) e (1.82) no espaço de Fourier para encontrar a equação de Poisson

$$k^2\Phi_k = 4\pi Ga^2\bar{\rho} \left[ \delta_k + \frac{3\mathcal{H}}{k^2}(1+w)\theta_k \right], \quad (1.85)$$

onde utilizamos a relação  $\Psi = -\Phi$ . A combinação das equações (1.77), (1.78) e (1.79) fornece

$$\Phi'' + 3\mathcal{H}(1 + c_s^2)\Phi' + (c_s^2 k^2 + 3\mathcal{H}^2 c_s^2 + 2\mathcal{H}' + \mathcal{H}^2)\Phi = 0. \quad (1.86)$$

Sendo o raio comóvel de Hubble dado por  $D_H = 1/\mathcal{H}$ , no regime em que  $\mathcal{H}/k \ll 1$ , i.e., quando o comprimento de onda são menores do que o raio de Hubble, a equação de Poisson no calibre Newtoniano, para os modos de Fourier  $k$ , retorna à dinâmica Newtoniana, ou seja,

$$k^2 \Phi_k = 4\pi G a^2 \bar{\rho} \delta_k. \quad (1.87)$$

### 1.3.4 Acoplamento Fóton-Bárion

Até o momento, não consideramos interações entre as componentes do universo, exceto pela gravidade. Nesse caso, podemos descrever a dinâmica das perturbações somente considerando o comprimento de onda, a densidade e o campo de velocidade. Entretanto, esses resultados são válidos somente sob certas condições e durante determinadas eras. Para obter uma função de transferência completa para matéria escura é necessário incluir todas as componentes, o que dificulta consideravelmente a solução das equações .

O tensor energia-momento para uma partícula de massa  $m$  é dada por [64]

$$T^{\mu\nu}(x) = \int \frac{p^\mu p^\nu}{p^0} f(\vec{x}, \vec{p}) \sqrt{-g(x)} dp^3, \quad (1.88)$$

onde  $g_{\mu\nu} p^\mu p^\nu = -m^2$ ,  $g = \det(g_{\mu\nu})$ ,  $f(x, \vec{p})$  é a distribuição das partículas,  $p^\mu = (p^0, \vec{p})$  é o momento da partícula,  $p^\mu \equiv dx^\mu/d\lambda_s$ , tal que  $\lambda_s$  é o parâmetro que caracteriza o caminho da partícula. A contribuição do cisalhamento  $T_j^i$  é proporcional à

$$\frac{p^i p_j}{(p^0)^2} = \frac{dx^i dx^j}{dt^2} = v^i v_j. \quad (1.89)$$

Para descrever com precisão a evolução das perturbações nos fótons e nos bárions acoplados, devemos utilizar a equação de transporte de Boltzmann que descreve propriedades como condutividade elétrica, térmica e viscosidade, dada por [54]

$$C[f] = \frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x^i} \frac{dx^i}{dt} + \frac{\partial f}{\partial P} \frac{dP}{dt} + \frac{\partial f}{\partial \hat{p}^i} \frac{d\hat{p}^i}{dt} \quad (1.90)$$

onde  $P$  é a magnitude espacial do momento,  $C[f]$  é o termo colisional e  $\hat{p}^i \equiv p^i/|p|$  é a direção do vetor unitário tal que  $\delta_{ij} \hat{p}^i \hat{p}^j = 1$ . No caso da interação fóton-bárions, o termo  $C[f]$  contabiliza o espalhamento Compton entre os fótons e elétrons livres. Mantendo o calibre Newtoniano, a magnitude espacial é dada por

$$P^2 \equiv g_{ij} p^i p^j = a^2(1 + 2\Phi)(\delta_{ij} \hat{p}^i \hat{p}^j) p^2 = a^2(1 + 2\Phi)p^2. \quad (1.91)$$

A equação (1.91) fornece  $|p| = a^{-1}(1 - \Phi)P$  até a primeira ordem e, consequentemente,  $p^i = a^{-1}(1 - \Phi)P \hat{p}^i$ . Como os fótons satisfazem a relação  $g^{\mu\nu} p^\mu p^\nu = 0$ , temos que

$$-(1 + 2\Psi)(p^0)^2 + P^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad p^0 = P(1 - \Psi), \quad (1.92)$$

até a primeira ordem.

Para obter a equação de Boltzmann (1.90) para as partículas, precisamos calcular

$$\frac{dx^i}{dt} = \frac{p^i}{p^0} = \frac{(1 - \Phi + \Psi)}{a} \hat{p}^i \quad (1.93)$$

e

$$\frac{dP}{dt} = -P \left( H + \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\hat{p}^i}{a} \frac{\partial \Psi}{\partial x^i} \right), \quad (1.94)$$

onde utilizamos  $dp^0/d\lambda = -\Gamma_{\mu\nu}^0 p^\mu p^\nu$ .

Os fótons com temperatura  $T$  num meio não-perturbado deve obedecer a função de distribuição Bose-Einstein<sup>†</sup>

$$\bar{f}(t, p) = \frac{1}{e^{P/T} - 1}. \quad (1.95)$$

A temperatura de fundo evolui proporcionalmente com o inverso do fator de escala  $T \propto a^{-1}$  e a perturbação será definida através da quantidade

$$\Theta(t, \vec{x}, \hat{p}^i) \equiv \frac{\delta T}{T}. \quad (1.96)$$

Considerando a perturbação na temperatura dada por  $\Theta$ , a função de distribuição toma a forma

$$f(t, P, \vec{x}, \hat{p}) = \left\{ \exp \left[ \frac{P}{T[1 + \Theta(t, \vec{x}, \hat{p}^i)]} \right] - 1 \right\}^{-1}. \quad (1.97)$$

Se  $\Theta \ll 1$  podemos expandir a distribuição de fundo

$$f = \bar{f} + T \frac{\partial \bar{f}}{\partial T} = \bar{f} - P \frac{\partial \bar{f}}{\partial P} \quad (1.98)$$

até primeira ordem.

O termo colisional do processo de espalhamento Compton é descrito por

$$C[f] = -P \frac{\partial \bar{f}}{\partial P} n_e \sigma_T [\Theta_0 - \Theta(\hat{p}) + \hat{p} \cdot \vec{v}_e], \quad (1.99)$$

tal que  $n_e$  é a densidade de elétrons,  $\sigma_T$  é a seção de choque do espalhamento Thomson,  $\vec{v}_e$  é a velocidade dos elétrons e  $\Theta_0$  é o termo de monopolo dado pela expansão em múltiplos

$$\Theta_l \equiv \frac{1}{(-i)^l} \int_{-1}^1 \frac{d\mu}{2} \mathcal{P}_l(\mu) \Theta(\mu), \quad (1.100)$$

onde  $\mu = \hat{k} \cdot \hat{p}$  e  $\mathcal{P}_l$  o polinômio de Legendre.

<sup>†</sup> Estamos desprezando o potencial químico.



Expandindo  $\Theta$  no espaço de Fourier, tal que  $\Theta(\vec{r}) = \int e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \Theta_k d^3k$ , temos que a equação de Boltzmann se transforma em

$$\Theta' + ik\mu\Theta + \Phi' + ik\mu\Psi = -\tau'_{\text{op}}[\Theta_0 - \Theta(\hat{p}) + \mu v_e], \quad (1.101)$$

onde a linha representa a derivada com respeito ao tempo conforme  $\eta$ ,  $\tau_{\text{op}}$  é a profundidade ótica definida como  $\tau_{\text{op}} \equiv \int_{\eta}^{\eta_0} n_e \sigma_T a \tilde{\eta}$  e utilizamos o fato de que o fluido é irrotacional, tal que  $v_e^i = v_e k^i/k$ . Note que definimos  $\eta_0$  como o tempo conforme atual. Os fótons desacoplam dos bárions no limite de  $\tau_{\text{op}} \rightarrow 0$  e estão fortemente acoplados quando  $\tau_{\text{op}} \rightarrow \infty$ . A profundidade ótica é pequena quando a densidade de elétrons é pequena.

Podemos derivar a velocidade  $v_e$  e a densidade numérica  $n_e$  dos elétrons utilizando a equação de Boltzmann para os elétrons  $f_e$  de forma que o primeiro e o segundo momento da distribuição são dados por

$$n_e = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f_e, \quad v_e^i = \frac{1}{n_e} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{P\hat{p}^i}{E} f_e. \quad (1.102)$$

O forte acoplamento entre elétrons-fótons (espalhamento Compton) e entre elétrons-prótons (espalhamento de Coulomb), mostra que a flutuação na densidade de elétrons  $\delta\rho_e/\bar{\rho}_e$  é igual a flutuação na densidade de prótons  $\delta\rho_p/\bar{\rho}_p$  que, por sua vez, é igual a flutuação na densidade da matéria bariônica  $\delta\rho_b/\bar{\rho}_b$ . O mesmo raciocínio leva  $\vec{v}_e = \vec{v}_p = \vec{v}_b$ .

A distribuição de Boltzmann para os elétrons deve levar em conta o espalhamento Compton e o espalhamento de Coulomb, de maneira que  $df_e/dt = (C[f])_{e\gamma} + (C[f])_{ep}$ . Se multiplicarmos a equação de Boltzmann pelo elemento de volume  $d^3p/(2\pi)^3$  e integrarmos, vamos ter que

$$\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{df_e}{dt} = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} (C[f])_{e\gamma} + \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} (C[f])_{ep}$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{1}{a} \frac{\partial(n_e v_b^i)}{\partial x^i} + 3 \left[ H + \frac{\partial\Phi}{\partial t} \right] n_e = \langle (C[f])_{e\gamma} \rangle + \langle (C[f])_{ep} \rangle. \quad (1.103)$$

A conservação do momento implica ainda que  $\langle (C[f])_{ep} \rangle = 0$ . Utilizando a equação (1.80) para a matéria não-relativística ( $w = 0$  e  $c_s = 0$ ), unindo à equação de Boltzmann para os prótons  $df_p/dt = \langle (C[f])_{ep} \rangle$  e multiplicando pela massa do próton (uma vez que a massa do próton é muito maior do que a do elétron), encontramos o conjunto de equações para o acoplamento fóton-bárion

$$\Theta' = -\Phi' - ik\mu(\Psi + \Theta) - \tau'_{\text{op}}[\Theta_0 - \Theta(\hat{p}) + \mu v_b] \quad (1.104)$$

$$\delta'_b = -ikv_b - 3\Phi' \quad (1.105)$$

$$v'_b = -\mathcal{H}v_b - ik\Psi + \frac{\tau'}{R_s}(3i\Theta_1 + v_b) \quad (1.106)$$

onde  $R_s \equiv (3\rho_b)/(4\rho_\gamma)$ .

Vamos multiplicar as equações (1.104) e (1.106) por  $\mathcal{P}_0$  e  $\mathcal{P}_1$  e integrar sobre  $\mu = [-1, 1]$  para obter a relação

$$\Theta'_0 + k\Theta_1 = -\Phi' \quad (1.107)$$

$$\Theta'_1 - \frac{k}{3}(\Theta_0 + \Psi) = \tau'_{\text{op}} \left( \Theta_1 - \frac{i}{3}v_b \right). \quad (1.108)$$

Podemos reescrever a equação (1.106) na forma  $v_b \simeq -3i\Theta_1 - 3i(R_s/\tau')(\Theta'_1 + \mathcal{H}\Theta_1 - k\Psi/3)$  (onde  $v_b \simeq -3i\Theta_1$  em primeira ordem), substituir na equação (1.104) e utilizar a relação (1.107) para encontrar

$$\Theta''_0 + \frac{R_s}{1+R_s}\mathcal{H}\Theta'_0 + k^2c_s^2\Theta_0 = -\frac{k^2}{3}\Psi - \frac{R_s}{1+R_s}\mathcal{H}\Phi' - \Phi'', \quad (1.109)$$

onde

$$c_s^2 \equiv \frac{\delta p_\gamma}{\delta \rho_\gamma + \delta \rho_b} = \frac{1}{3(1+R_s)}. \quad (1.110)$$

é velocidade do som efetiva no acoplamento fóton-bárion. Na última passagem assumimos que  $\delta p_\gamma = \delta \rho_\gamma/3$  e, como  $\rho_b \propto a^{-3} \propto T^3$  e  $\rho_\gamma \propto a^{-3} \propto T^4$ , temos que  $\delta \rho_\gamma/\rho_\gamma = (4/3)\delta \rho_b/\rho_b$ .

A equação (1.109) nos diz como a flutuação temperatura do campo de radiação varia devido a flutuação no campo gravitacional, onde os potenciais  $\Phi$  e  $\Psi$  podem ser determinados através da equação (1.79) combinando todos os campos de matéria (bárions e matéria escura) e radiação (fótons e neutrinos)

$$k^2\Phi + 3\mathcal{H}(\Phi'\mathcal{H}\Phi) = 4\pi G a^2(\rho_c + 4\rho_r\Theta_{r,0}). \quad (1.111)$$

Na equação acima  $\rho_c$ ,  $\delta_c$ ,  $\rho_\nu$ ,  $\mathcal{N}_i$  são a densidade, a perturbação na matéria escura, a densidade e a perturbação em multipolos dos neutrinos, respectivamente. A flutuação nas componentes materiais é dada por  $\rho_m\delta_m \equiv \rho_b\delta_b + \rho_c\delta_c$  e na radiação por  $\rho_r\Theta_{r,i} \equiv \rho_\gamma\Theta_i + \rho_\nu\mathcal{N}_i$ . Da equação (1.78) e (1.111), temos que

$$k^2\Phi = 4\pi G a^2 \left[ \rho_m\delta_m + 4\rho_r\Theta_{r,0} + \frac{3\mathcal{H}}{k}(i\rho_mv_m + 4\rho_r\Theta_{r,1}) \right], \quad (1.112)$$

onde  $v_m$  é a velocidade da componente material e utilizamos o fato de que a velocidade da radiação é dada pela relação  $v_r = -3i\Theta_{r,1}$ .

Podemos então descrever a evolução das perturbações em três estágios distintos: um modo com comprimento de onda longo, outro com comprimento de onda intermediário e, por último, um modo com comprimento de onda curto. O primeiro corresponde aos modos que estão fora do horizonte, onde o potencial é constante. Quando o comprimento de onda entra no horizonte, podemos ter duas formas diferentes para o crescimento das flutuações. A maneira como a flutuação vai evoluir dentro do horizonte vai depender da escala em que o comprimento de onda reentra no horizonte em um universo que está transitando entre a era dominada pela radiação

( $a \ll a_{\text{eq}}$ ) até a era dominada pela matéria ( $a \gg a_{\text{eq}}$ ). Então a ordem entre  $a_{\text{eq}}$  e a entrada do comprimento de onda no horizonte vai alterar consideravelmente o potencial gravitacional. Em grandes escalas tempo, todos os modos vão evoluir identicamente.

No limite de escalas onde  $\mathcal{H}/k \gg 1$ , a relação (1.107) em conjunto com a equação (1.80) para matéria escura e a equação (1.111), fornece a solução

$$\Phi(y) = \Phi(0) \frac{9y^3 + 2y^2 - 8y - 16 + 16\sqrt{y+1}}{10y^3}, \quad (1.113)$$

onde estamos assumindo que  $y = a/a_{\text{eq}}$  e a condição de  $\delta_m = 3\Theta_0$ , conhecida como condição adiabática. Quando  $y \rightarrow \infty$  (era da matéria) o potencial gravitacional sofre uma perda de 10% durante a transição entre matéria e radiação, tal que  $\Phi \rightarrow (9/10)\Phi(0)$ .

Agora vamos considerar o caso em que os modos atravessam o horizonte na era da radiação. Então podemos desprezar o termo material e assumir que  $H^2 = 8\pi G\rho_r/3$  nas equações (1.111) e (1.112). A solução para o potencial na era da radiação, assumindo que o potencial é inicialmente constante, é dada por

$$\Phi(k, \eta) = 3\Phi_p \frac{\text{sen}(k\eta/\sqrt{3}) - (k\eta/\sqrt{3})\text{cos}(k\eta/\sqrt{3})}{(k\eta/\sqrt{3})^3}, \quad (1.114)$$

onde  $\Phi_p$  é o valor primordial de  $\Phi$  quando  $\eta = 0$ . Quando os modos estão fora do horizonte ( $k/\mathcal{H} \ll 1$  ou  $k\eta \ll 1$ ) temos que  $\Phi(k, \eta) \simeq [1 - (k\eta)^2/10]$ , ou seja, o potencial é aproximadamente constante. Os modos que entram no horizonte antes da igualdade matéria-radiação começam a decair logo após atravessarem o raio de Hubble. Depois do decaimento inicial, o potencial começa a oscilar. A equação (1.112) na era radiação produz  $\Phi \sim \Theta_0/\eta^2$ , i.e., qualquer oscilação em  $\Theta_0$  produz uma oscilação no potencial que decai com  $\eta^2$ . De fato, no limite de  $k\eta \gg 1$ , as oscilações são acompanhadas de um decaimento que podemos observar na figura (1.2)

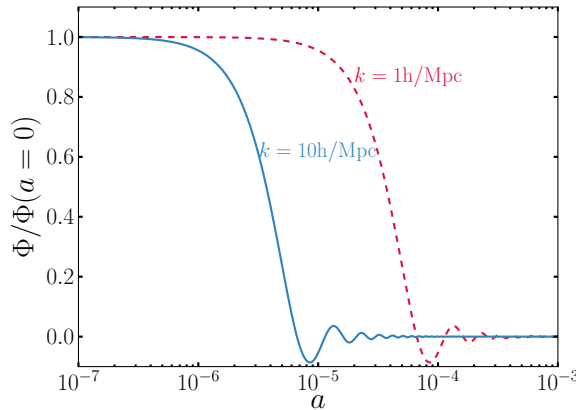


Figura 1.2: Evolução do campo  $\Phi$  para diferentes comprimentos de onda .

A função de transferência que descreve os modos  $k$  desde a era da radiação até  $a_T$  pode ser escrita na forma

$$T(k) \equiv \frac{\Phi(k, a_T)}{\Phi_{LS}(k, a_T)}, \quad (1.115)$$

onde  $a_T$  é definido como fator de escala limite a partir do qual a evolução do potencial se torna independente de  $k$ . Um valor típico para  $a_T$  gira em torno de  $\sim 0,03$ . O potencial em grande escala corresponde a 90% do potencial primordial, tal que  $\Phi_{LS} = (9/10)\Phi_p$ .

## 1.4 Resumo

Neste capítulo, apresentamos a teoria de perturbações lineares na densidade média do universo que são as sementes da formação de estruturas. Seguimos duas abordagens: uma Newtoniana e outra relativística. Algumas interpretações físicas são mais simples de serem visualizadas considerando a abordagem Newtoniana. No entanto, quando consideramos a interação entre duas componentes, devemos levar em conta a equação de Boltzmann relativística. Ao considerar a equação de Boltzmann, vimos que a interação entre matéria e radiação modifica o comportamento do potencial gravitacional. Assim, a evolução das perturbações depende de quando elas reentram o horizonte, se antes ou depois da equivalência entre matéria e radiação.

A teoria de perturbação linear é de fundamental importância para o entendimento das características observadas no mapeamento das galáxias que mostraremos nos próximos capítulos, entre as quais, exploraremos principalmente as oscilações acústicas bariônicas apresentados na última seção.

# Métodos Estatísticos e Aspectos Observacionais da Formação de Estruturas

---

No primeiro capítulo apresentamos a teoria de formação de estruturas linear. Agora, precisamos saber como relacionar essas teorias às observações da distribuição de estruturas no universo. A origem das estruturas contém diferentes elementos (expansão de fundo, dois tipos de matéria na forma bariônica e escura, suas interações, etc) que se combinam de maneira complicada até formar os objetos que observamos hoje. Temos ainda que verificar qual tipo de matéria escura devemos considerar, se é quente, fria ou uma mistura dos dois tipos. Essas informações são necessárias para construir a função de transferência que nos diz a forma do espectro de flutuações no regime linear, onde também precisamos assumir se as flutuações primordiais foram geradas ou não durante a inflação.

Assumindo o modelo hierárquico da matéria escura fria, grandes objetos astronômicos evoluem desde pequenas estruturas até estruturas maiores em diferentes escalas de tempo. As maiores estruturas são objetos formados recentemente que continuam evoluindo. Para compreender a evolução das estruturas, precisamos estudá-las em diferentes escalas de distâncias e comprimentos de onda. Neste capítulo, vamos apresentar as ferramentas estatísticas que nos ajudam a quantificar as flutuações e a entender as propriedades da distribuição de estruturas em grande escala: a função de correlação e o espectro de potência. Apesar do espectro de potência estar relacionado à função de correlação, ambos métodos estatísticos ressaltam as características na distribuição de galáxias de formas diferentes. A função de correlação nos ajuda a medir o grau de aglomeração de uma distribuição de galáxias, enquanto o espectro de potência nos fornece a amplitude das flutuações e a escala de massa.

Muitas técnicas foram desenvolvidas para testar teorias de perturbação através das observações de estruturas em grande escala como, por exemplo, estimadores da função de correlação de dois pontos (ou de ordem superior) utilizando catálogos reais de galáxias e

catálogos aleatórios. No entanto, esses catálogos estão sujeitos a várias incertezas estatísticas e sistemáticas como restrições técnicas, problemas nas estimativas da posição dos objetos astronômicos e volume limitado da amostra. Assim, devemos saber como tratar os erros e de que forma essas incertezas afetam as estimativas dos parâmetros.

## 2.1 Métodos Estatísticos

Podemos modelar o campo de densidade  $\delta$  de duas maneiras: assumindo uma grande amostra do universo cujos campos de densidade têm a mesma propriedade estatística ou uma amostra em que as funções  $\delta(\vec{x})$  individuais têm propriedades estatísticas específicas. A primeira amostra é conhecida como “campo aleatório” e a segunda de “realização do campo aleatório”. As propriedades do campo de densidade podem ser completamente descritas em termos da média da distribuição, uma constante em termos da coordenada espacial, da covariância (função de correlação de dois pontos) e também dos momentos de ordens superiores (função de correlação de  $n$ -pontos). Todas as funções de correlação de ordem maior do que 3 devem ser iguais a zero no caso de campos aleatórios Gaussianos. Se as flutuações geradas no universo primordial surgem de processos aleatórios independentes como as flutuações quânticas durante a inflação, o teorema do limite central nos diz que as flutuações irão formar um campo Gaussiano multivariado [65]. Enquanto as flutuações lineares em grande escala permanecem Gaussianas, as flutuações que crescem em escalas não-lineares devem se manter sempre positivas e não podem ser mais descritas em termos de uma distribuição Gaussiana. Sendo assim, em escalas não-lineares, não podemos descrever as propriedades do campo de densidade somente em termos dos dois primeiros momentos da distribuição, devemos então considerar correlação de ordens maiores do que 3.

Nesta seção, vamos apresentar as ferramentas estatísticas necessárias para compreensão da natureza, amplitude e distribuição das flutuações.

### 2.1.1 Função de Correlação de 2 Pontos

Em geral, galáxias não estão aleatoriamente distribuídas. Elas se encontram em grupos, aglomerados ou superaglomerados. Isso significa que existe uma probabilidade maior de encontrar galáxias na vizinhança de outra galáxia do que em outro local arbitrário. Essa aglomeração pode ser inferida através da chamada função de correlação.

Se existem  $N$  pontos num dado volume  $V$ , a densidade média de pontos é dada por  $\bar{\rho} = N/V$ . Considerando  $dV$  como um elemento de volume dentro do volume  $V$ , então  $dP = \bar{\rho}dV$  é probabilidade de encontrar um ponto no elemento de volume  $dV$ . A probabilidade de encontrar um ponto no volume  $dV_1$  localizado em  $\vec{x}_1$  e, ao mesmo tempo, encontrar outro ponto no elemento de volume  $dV_2$  localizado em  $\vec{x}_2$  vai depender de como os pontos estão distribuídos na amostra. Se os pontos estão aleatoriamente distribuídos (não existe nenhum lugar preferencial em relação ao outro) a probabilidade  $dP_{12}$  conjunta é dada pelo produto

das probabilidades individuais  $dP_{12} = (\bar{\rho} dV_1) (\bar{\rho} dV_2)$ . No caso de uma aglomeração ou segregação dos pontos, devemos introduzir a quantidade  $\xi(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$ , tal que

$$dP_{12} = \bar{\rho}^2 [1 + \xi(\vec{x}_1, \vec{x}_2)] dV_1 dV_2. \quad (2.1)$$

Se os pontos estão descorrelacionados,  $\xi(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = 0$ . Então a função de correlação  $\xi(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$  descreve o excesso de probabilidade de achar pontos separados a distância  $\vec{r} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1$  comparado à distribuição aleatória. Se  $\xi(\vec{x}_1, \vec{x}_2) > 0$ , vamos ter uma aglomeração de pontos e se  $\xi(\vec{x}_1, \vec{x}_2) < 0$  os pontos vão estar mais espaçados.

Sejam os pontos definidos pelo perfil do excesso de densidade  $\delta\rho(\vec{x}) = \bar{\rho} \delta(\vec{x})$  em determinadas regiões, temos que

$$\langle \rho(\vec{x}_1)\rho(\vec{x}_2) \rangle = \bar{\rho}^2 \langle [1 + \delta(\vec{x}_1)][1 + \delta(\vec{x}_2)] \rangle = \bar{\rho}^2 [1 + \xi(r)], \quad (2.2)$$

onde  $\xi(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \langle \delta(\vec{x}_1)\delta(\vec{x}_2) \rangle$  e  $\langle \delta(\vec{x}) \rangle = 0$ . O símbolo  $\langle \ \rangle$  representa a média sobre uma distribuição que tem todas as propriedades estatísticas iguais. Existem duas maneiras de realizar a média fixando a distância  $\vec{r}$  entre os elementos de volume. A média pode ser obtida através de diferentes realizações para a distribuição de pontos, ou seja, podemos calcular a média do valor  $\rho(\vec{x}_1)\rho(\vec{x}_2)$  de cada distribuição considerando diferentes amostras. Outra forma seria, uma vez que fixamos a distância entre dois elementos de volume, calcular  $\rho(\vec{x}_1)\rho(\vec{x}_2)$  para cada par dentro da mesma amostra e tomar a média.

Existe uma propriedade matemática, conhecida como *ergodicidade\**, em que a média sobre o volume e a média das amostras convergem para um mesmo valor quando o volume vai a infinito, ou seja,  $\xi \rightarrow 0$  quando  $r \rightarrow \infty$  [66]. Um campo geral é ergódico se o comprimento de escala sobre o qual a média é calculada é grande o suficiente de forma que a correlação espacial é desprezível [67]. Como estamos considerando um universo homogêneo em grandes escalas, poderíamos calcular a função de correlação e todas as outras propriedades estatísticas a partir de uma única amostra.

Temos também uma outra hipótese onde podemos assumir que diferentes partes do universo separado por grandes distâncias podem ser realizações independentes do processo estocástico subjacente [68]. Apesar da ergodicidade ser um enunciado matemático, Watts & Coles [69] argumentaram que a hipótese de diferentes realizações pode descrever melhor a estrutura em grande escala, uma vez que estamos lidando com um amostra finita e não temos como fazer a média sobre um tamanho infinito. No entanto, as duas hipóteses não correspondem à amostra real mapeada pelos grandes levantamentos, então temos que lidar com dois fenômenos associados a limitação no mapeamento. Um dos fenômenos está relacionado ao fato da amostra ser obtida segundo alguns critérios de seleção, onde só podemos mapear estruturas a partir de um fluxo limite. O outro fenômeno depende se o tamanho da amostra atinge escalas de comprimento suficiente para descrever a amplitude e a fase dos modos das perturbações na densidade. Esse último fenômeno é conhecido como *variância cósmica*.

Um campo aleatório é dito estatisticamente homogêneo se a probabilidade conjunta das funções de distribuição  $p(\delta_1, \delta_2, \dots)$  e seus momentos se mantêm sob translações de

\* Historicamente esse termo se refere a médias temporais e não espaciais.

coordenadas. Como estamos considerando uma amostra estatisticamente homogênea (as propriedades estatísticas são as mesmas em todo lugar),  $\xi$  irá depender somente da diferença entre as posições  $\vec{r} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1$  e não de  $\vec{x}_2$  e  $\vec{x}_1$  separadamente, tal que

$$\xi(\vec{r}) = \langle \delta(\vec{x})\delta(\vec{x} + \vec{r}) \rangle = \frac{1}{V} \int \delta(\vec{x})\delta(\vec{x} + \vec{r})dV_x. \quad (2.3)$$

Da mesma forma, um campo é dito estatisticamente isotrópico se a probabilidade conjunta  $p(\delta_1, \delta_2, \dots)$  é invariante sob rotações espaciais. O fato de não existir uma direção preferencial ao assumirmos uma amostra estatisticamente isotrópica, leva  $\xi$  depender somente do módulo do vetor separação  $r = |\vec{r}|$ , tal que  $\xi = \xi(r)$ .

Na definição de  $\xi(r)$ , o uso da densidade média  $\bar{\rho}$  da amostra como referência para valores das flutuações na densidade é uma suposição de que a distribuição de densidade é homogênea em grande escala. Se o universo é homogêneo em grande escala, no limite em que  $r \rightarrow \infty$ , a média  $\langle \rho(\vec{x}_1)\rho(\vec{x}_2) \rangle \rightarrow \bar{\rho}^2$  e utilizando a equação (2.2) podemos ver que

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \int_0^r \xi(r')r'^2 dr' = \frac{1}{\bar{\rho}^2} \int_0^r \bar{\rho}^2 r'^2 dr' - \int_0^r r'^2 dr' = 0. \quad (2.4)$$

Isso significa que as contribuições de  $\xi > 0$  e  $\xi < 0$  são equivalentes para um dado  $r$  no limite de grandes escalas. Suponhamos agora que o conteúdo material do universo esteja distribuído em regiões de tamanho  $r_u$  com densidades  $\delta > 0$  e  $\delta < 0$ , tal que a média de  $\delta(x)\delta(x+r)$  seja positiva para distâncias  $r < r_u$  e negativas para  $r > r_u$ . Assim,  $\xi(r_u) = 0$  quando  $r = r_u$  define o comprimento de coerência da flutuação do campo.

Podemos investigar a escala de não linearidade da função de correlação assumindo uma separação  $r_0$  onde  $\xi(r_0) \equiv 1$ , conhecida como *comprimento de correlação*. Apesar de não corresponder à definição usual de comprimento de correlação da mecânica estatística<sup>†</sup>, a definição  $\xi(r_0) \equiv 1$  separa dois regime de flutuações: grandes flutuações  $\delta \gg 1$  (escala não linear) e pequenas flutuações  $\delta \ll 1$  (escala linear). O comprimento de correlação é uma medida do grau de aglomeração, ou seja, difere regimes com forte aglomeração daqueles em que os pontos estão distribuídos de maneira aproximadamente homogênea. Lembrando que esse argumento é válido somente se a distribuição é homogênea para o tamanho da amostra, ou seja, se a densidade  $\bar{\rho}$  representa a densidade média da amostra.

Podemos reconstruir  $\xi(r)$  a partir da função de luminosidade e estimar as propriedades de aglomeração das galáxias em pequenas escalas ( $\leq 20$  Mpc/h) [68, 70]. Utilizando essa abordagem podemos ver que a correlação de galáxias se aproxima de uma lei de potência da separação entre  $0,1 \text{ Mpc/h} \lesssim r \lesssim 10 \text{ Mpc/h}$

$$\xi(r) = \left(\frac{r_0}{r}\right)^\gamma \quad (2.5)$$

com inclinação aproximada de  $\gamma \simeq 1,8$  e comprimento de correlação  $r_0 \simeq 5 \text{ Mpc/h}$ . O valor da inclinação varia um pouco para galáxias com diferentes morfologias.

<sup>†</sup> Na mecânica estatística, o comprimento de correlação de uma distribuição nos diz quão rápido a correlação vai a zero como função da escala, ou seja, o comprimento de correlação é definido pela forma funcional de  $\xi(r)$  e não pela amplitude.



**Estimadores da função de correlação de 2 pontos.** A equação (2.3) define a correlação em termos do contraste de densidade, tal que a função de correlação teria que ser calculada a partir da flutuação na densidade dentro de uma casca esférica  $\delta r$  extremamente fina. Não podemos obter sempre esferas completas de raio  $r$  para todas as posições dentro do volume da amostra e teremos que lidar com efeitos de borda. Na prática, existe uma dificuldade de estimar a densidade por causa das condições de contorno e dos critérios de seleção. Para obter a função de correlação devemos recorrer a contagem de pares de galáxias dada por

$$P_{DR}(r) = \sum_{x \in D} \sum_{y \in R} \phi_r(x, y), \quad \text{onde} \quad \phi_r(x, y) = \begin{cases} 1, & r < d(x, y) < r + \delta r \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad (2.6)$$

tal que  $P_{DR}(r)$  é o número de pares separados por  $r$  e  $d(x, y)$  é a distância, dentro do limite  $[r, r + \delta]$ , entre os pontos  $x$  no catálogo  $D$  e  $y$  no catálogo  $R$ . A letra  $D$  representa o catálogo real e a letra  $R$  representa o catálogo aleatório. A contagem dos pares  $P_{DD}$  e  $P_{RR}$  são definidas de maneira análoga. Precisamos do número de pares separados pela distância  $r$  do catálogo aleatório para verificar se existe algum excesso de pares separados pela mesma distância no catálogo real. A contagem normalizada é dada por  $DD = P_{DD}/[N_D(N_D - 1)]$  para pares de galáxias no catálogo real,  $RR = P_{RR}/[N_R(N_R - 1)]$  para pares de galáxias no catálogo aleatório e  $DR = P_{DR}/(N_D N_R)$  para pares de galáxias no catálogo real e aleatório, onde  $N_D$  é número de galáxias no catálogo real e  $N_R$  é número de galáxias no catálogo aleatório. Existem inúmeros estimadores para calcular a função de correlação combinando a contagem de pares no catálogo real no catálogo aleatório, entre eles destacamos

$$\begin{aligned} \hat{\xi}_N &= \frac{DD}{RR} - 1, & \hat{\xi}_{DP} &= \frac{DD}{DR} - 1, \\ \hat{\xi}_{He} &= \frac{DD - DR}{RR}, & \hat{\xi}_{Ha} &= \frac{DD RR}{(DR)^2} - 1, \\ \hat{\xi}_{LS} &= \frac{DD - 2DR + RR}{RR}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

onde  $\hat{\xi}_N$  corresponde ao estimador natural ao estimador proposto por Peebles e Hauser em 1974 [71],  $\hat{\xi}_{DP}$  ao estimador proposto por Davis e Peebles em 1983 [72],  $\hat{\xi}_{He}$  por Hewett em 1982 [73],  $\hat{\xi}_{Ha}$  por Hamilton em 1993 [74] e  $\hat{\xi}_{LS}$  por Landy e Szalay em 1993 [75].

## 2.1.2 Espectro de Potência

Vimos que a teoria de evolução das perturbações lineares pode ser descrita pela superposição de ondas planas com respectivos vetores de onda  $k$  que evoluem independentemente. Essas flutuações devem passar por diferentes escalas e variedades de massa até formar as estruturas. A evolução do espectro de perturbações vai depender da natureza das flutuações (adiabática

ou isotérmica) e das partículas que compõem o universo (matéria bariônica, fótons, neutrinos, matéria escura quente ou fria).

Para obter o espectro de potência das flutuações, primeiro vamos dividir a amostra em diferentes volumes  $V_c$  que inicialmente evoluem independentemente até que a força gravitacional que atua entre as células vizinhas se torne mais intensa. Cada volume pode ser representado por um cubo de lado  $L$  muito menor do que a escala  $l_s$  em que existem estruturas significantes formadas devido à flutuação inicial. Para descrever a evolução das ondas planas, iremos representar a distribuição como componentes independentes no espaço de Fourier em termos do vetor de onda  $k$  de cada componente, ou seja,

$$\delta(\vec{x}) = \sum_{\vec{k}} \delta_{\vec{k}} \exp(i\vec{k} \cdot \vec{x}) = \sum_{\vec{k}} \delta_{\vec{k}}^* \exp(-i\vec{k} \cdot \vec{x}). \quad (2.8)$$

As condições de fronteira são  $\delta(L, y, z) = \delta(0, y, z)$  e as componentes do vetor de onda podem ser escritas como

$$k_x = n_x \frac{2\pi}{L}, \quad k_y = n_y \frac{2\pi}{L}, \quad k_z = n_z \frac{2\pi}{L}, \quad (2.9)$$

onde  $n_x$ ,  $n_y$  e  $n_z$  são números inteiros. Então os coeficientes de Fourier são dados por

$$\delta_{\vec{k}} = \frac{1}{V_c} \int \delta(\vec{x}) \exp(-i\vec{k} \cdot \vec{x}) d^3x, \quad (2.10)$$

tal que  $\delta_{\vec{k}}^* = \delta_{-\vec{k}}$ . No caso em que  $\vec{k} = 0$ , a conservação da massa dentro do volume  $V_c$  implica que  $\delta_{\vec{k}} = 0$ . Mesmo que o valor médio da perturbação  $\delta(\vec{x}) \equiv \delta$  seja igual a zero por definição, a variância

$$\sigma^2 \equiv \langle \delta^2 \rangle = \sum_{\vec{k}} \langle |\delta_{\vec{k}}|^2 \rangle = \frac{1}{V_c} \sum_k \delta_k^2 \quad (2.11)$$

não é. Se assumirmos que campo de densidade é estatisticamente homogêneo e isotrópico a dependência em  $\vec{k}$  vai levar em conta somente o módulo  $k$  e, se  $V_c \rightarrow \infty$ , temos que

$$\sigma^2 = \frac{1}{V_c} \sum_k \delta_k^2 \rightarrow \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty P(k) k^2 dk, \quad (2.12)$$

onde a quantidade  $P(k) \equiv \delta_k^2$  no limite  $V_c \rightarrow \infty$  é conhecida como *espectro de potência da função de densidade* ou, simplesmente, *espectro de potência*. Como estamos considerando que o campo é estatisticamente isotrópico, a definição do espectro de potência depende apenas do módulo do vetor de onda  $\vec{k}$ .

Sendo a função de correlação definida por  $\langle \delta(\vec{x}) \delta(\vec{x} + \vec{r}) \rangle$ , podemos escrever

$$\xi(\vec{r}) = \frac{1}{V_c} \int \sum_{\vec{k}} \delta_{\vec{k}} \exp(-i\vec{k} \cdot \vec{x}) \sum_{\vec{k}'} \delta_{\vec{k}'}^* \exp[i\vec{k}' \cdot (\vec{x} + \vec{r})] d^3x = \sum_{\vec{k}} \langle |\delta_{\vec{k}}|^2 \rangle \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}). \quad (2.13)$$

No limite em que  $V_c \rightarrow \infty$ , segundo o teorema Wiener-Khinchin [48], a função de correlação toma a forma

$$\xi(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int P(k) e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} d^3k \quad (2.14)$$

que é a transformada de Fourier do espectro de potência. Assim, a transformada inversa fornece

$$P(k) = \int \xi(r) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}} d^3r. \quad (2.15)$$

Sendo  $\theta$  o ângulo entre o vetor de onda e o vetor separação, temos que

$$P(k) = 2\pi \int \xi(r) r^2 dr \int_0^\pi e^{i kr \cos\theta} \sin\theta d\theta = 4\pi \int \xi(r) \frac{\sin kr}{kr} r^2 dr. \quad (2.16)$$

## 2.2 Estatística da Amostra

Nessa seção vamos ver o quão são precisas as medidas estatísticas, ou seja, dada uma amostra finita, qual é desvio da média estatística no caso ideal de uma amostra infinita.

### 2.2.1 Ruído e Critério de Seleção

Precisamos utilizar a distribuição de galáxias de natureza discreta para descrever as flutuações contínuas na densidade. O problema dessa abordagem é que a flutuação na densidade numérica das galáxias  $\delta_g$  pode apresentar pequenos desvios no mapeamento do contraste de densidade da matéria  $\delta_m$ . A maneira mais simples de verificar se existe algum desvio na relação entre  $\delta_g$  e  $\delta_m$  é assumir que o processo de formação de galáxias segue a distribuição de Poisson com valor esperado médio dado por  $\delta_m$ . Essa escolha segue a hipótese de que a formação de estruturas envolve fatores independentes, cada um com uma pequena e igual probabilidade de ocorrer.

Os grandes levantamentos mapeam apenas uma pequena porção do campo de densidade do universo. Os mapas não incluem todas as galáxias na amostra, consideram somente aquelas cujo brilho é superior a um determinado fluxo limite. Assim, a amostra que estamos analisando corresponde a uma representação incompleta do campo de densidade. Por esse motivo, um levantamento é geralmente caracterizado por sua função de seleção dos objetos, que representa o número médio de galáxias esperado na posição  $r$  dado um critério de seleção (fluxo limite estabelecido).

Se assumirmos que galáxias observadas são sorteados aleatoriamente de uma população contínua hipotética seguindo distribuição de Poisson, a função de seleção (ou função janela) pode ser interpretada como a probabilidade de achar uma galáxia na posição  $r$ . Em resumo, a função de seleção é o número de galáxias por unidade de volume na posição  $r$ .

Vamos assumir que o campo pode ser descrito por  $N$  pontos na posição  $\vec{x}_i$  dentro do volume  $V$  e utilizar uma função de seleção  $W(\vec{x})$  que nos diz como os pontos foram selecionados. A

função de seleção mais utilizada é aquela que apresenta um valor constante dentro da amostra e o valor zero fora, conhecida como *top-hat*. Assumindo esse tipo de função de seleção, temos que a normalização é dada por

$$\int W(\vec{x})dV = 1 \quad \Rightarrow \quad W(\vec{x}) = \frac{1}{V} \text{ (dentro da amostra)}. \quad (2.17)$$

Assim, o contraste de densidade dentro da amostra deve ter a forma

$$\delta_s(\vec{x}) = \delta(\vec{x})VW(\vec{x}), \quad (2.18)$$

onde introduzimos o volume  $V$  por causa da normalização da função janela. Podemos escrever o campo de densidade como a soma de funções de Dirac, tal que  $\rho = \sum_i \delta_D(\vec{x} - \vec{x}_i)$  e

$$\delta_s(\vec{x}) = \left( \frac{\rho(\vec{x})}{\bar{\rho}} - 1 \right) VW(\vec{x}) = \frac{V}{N} \sum_i w_i \delta_D(\vec{x} - \vec{x}_i) - VW(\vec{x}), \quad (2.19)$$

onde  $w_i = VW(\vec{x}_i)$  e novamente  $\bar{\rho} = N/V$ . O contraste de densidade no espaço de Fourier pode escrito como

$$\delta_k = \frac{V}{N} \int \left( \sum_i w_i \delta_D(\vec{x} - \vec{x}_i) - VW(\vec{x}) \right) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}} dV = \frac{1}{N} \sum_i w_i e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}_i} - W_k, \quad (2.20)$$

onde  $W_k$  é a função de seleção em termos do vetor de onda  $\vec{k}$ , tal que

$$W_k = \int W(\vec{x})e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}} dV = \frac{4\pi}{V} \int_0^R \frac{\sin kr}{kr} r^2 dr = \frac{3(\sin kR - kR \cos kR)}{(kR)^3} \quad (2.21)$$

sendo  $V = (4/3)\pi R^3$ . Agora precisamos saber como calcular o estimador do espectro de potência. Utilizando a equação (2.20),  $\langle \delta_{-\vec{k}} \rangle = 0$  e  $W_k = (1/V)\langle \sum w_i e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}_i} \rangle$ , vamos definir a quantidade  $\langle \Delta^2(\vec{k}) \rangle$  da seguinte forma

$$\langle \Delta^2(\vec{k}) \rangle \equiv V \langle \delta_{\vec{k}} \delta_{\vec{k}}^* \rangle = P(\vec{k}) + P_n, \quad (2.22)$$

onde

$$P(\vec{k}) = \frac{V}{N^2} \sum_{i \neq j} \langle w_i w_j \rangle e^{-i\vec{k}\cdot(\vec{x}_i - \vec{x}_j)} - VW_k^2, \quad (2.23)$$

$$P_n = \frac{V}{N^2} \sum_i w_i^2 = \frac{V}{N} \quad \text{se } w_i = 1 \quad \text{dentro da amostra.} \quad (2.24)$$

O  $P(\vec{k})$  representa o “verdadeiro” espectro de potência e  $P_n$  corresponde ao ruído. Quando  $n \equiv N/V \rightarrow \infty$ , o termo de ruído se torna desprezível, ou seja, quanto maior a densidade de pontos menor será o ruído. Como a distribuição de galáxias não apresenta uma densidade

numérica alta, devemos retirar a contribuição do ruído de maneira que o estimador do espectro de potência torna-se

$$\hat{P}(\vec{k}) = \Delta^2(\vec{k}) - P_n, \quad (2.25)$$

onde  $P(\vec{k}) \equiv \langle \hat{P}(\vec{k}) \rangle$ .

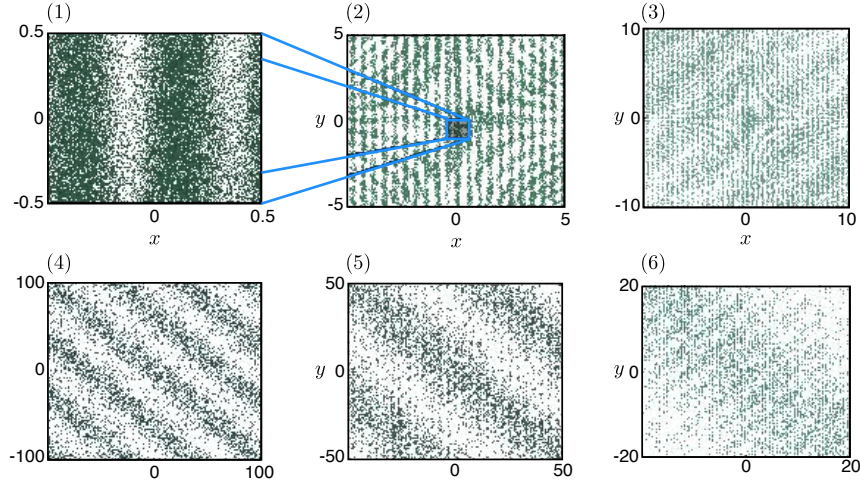


Figura 2.1: Essa figura ilustra a variância cósmica através de sucessivos *zooms* no sentido horário do canto superior esquerdo. Os modos de grande escala da distribuição dos pontos tornam-se visíveis, devido à redução na variação cósmica. Figura retirada de [76].

## 2.2.2 Variância do Espectro de Potência

O espectro de potência não caracteriza a distribuição de maneira completa por causa da limitação da amostra. A análise quantitativa para incerteza no espectro de potência foi proposta por Feldman, Kaiser e Peacock em 1994 [77]. O cálculo da incerteza pode ser entendido como a comparação de uma amostra completa idealizada e um mapeamento uniforme dentro de um determinado volume  $V$ . No caso ideal de um volume infinito, os diferentes modos estão decorrelacionados

$$\langle \delta_{\vec{k}_i} \delta_{\vec{k}_j} \rangle = P(k) \delta_{ij}. \quad (2.26)$$

Cada modo tem uma distribuição exponencial no espectro de potência  $\delta_{\vec{k}} = (1/\sqrt{V}) \sum_i g_i e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}_i}$ , onde  $g_i$  são variáveis aleatórias e  $V$  foi introduzido por conveniência. Para obter a incerteza no espectro de potência, temos que tomar a média

$$\langle \Delta^2(\vec{k}) \Delta^2(\vec{k}') \rangle = V^2 \langle \delta_{\vec{k}} \delta_{\vec{k}}^* \delta_{\vec{k}'} \delta_{\vec{k}'}^* \rangle = \sum \langle g_i g_j g_m g_n \rangle e^{-i\vec{k} \cdot (\vec{r}_i - \vec{r}_j)} e^{-i\vec{k}' \cdot (\vec{r}_m - \vec{r}_n)}. \quad (2.27)$$

Os termos cujos índices  $i = j = n = m$  e aqueles que são iguais em pares ( $i = j$  e  $m = n$ ,  $i = m$  e  $j = n$ ,  $i = n$  e  $j = m$ ) são os termos não desprezíveis da soma, então

$$\langle \Delta^2(\vec{k}) \Delta^2(\vec{k}') \rangle = \sum \langle g_i^4 \rangle + \sum_i \sum_{i \neq j} \langle g_i^2 \rangle \langle g_j^2 \rangle [1 + e^{-i(\vec{k}+\vec{k}') \cdot (\vec{r}_i - \vec{r}_j)} + e^{-i(\vec{k}-\vec{k}') \cdot (\vec{r}_i - \vec{r}_j)}]. \quad (2.28)$$

Sendo  $g_i$  uma variável Gaussiana, os momento pares podem ser escritos em termos da variância ( $\langle g_i^4 \rangle = 3\langle g_i^2 \rangle^2$ ) enquanto os momentos ímpares são nulos. Os termos associados às oscilações irão sobreviver somente no caso em que  $\vec{k} - \vec{k}'$  para  $\vec{k} \sim \vec{k}'$ . Podemos desprezar o termo que contém  $\vec{k} + \vec{k}'$  para  $\vec{k} \sim \vec{k}'$ , uma vez que as oscilações são dominadas pelo termo correspondente à  $\vec{k} - \vec{k}'$  para  $\vec{k} \sim \vec{k}'$ . Sendo assim, temos que a relação

$$\langle \Delta^2(\vec{k}) \Delta^2(\vec{k}') \rangle = \sum_i \sum_j \langle g_i^2 \rangle \langle g_j^2 \rangle [1 + e^{-i(\vec{k}-\vec{k}') \cdot (\vec{r}_i - \vec{r}_j)}] = \langle \Delta^2(\vec{k}) \rangle \langle \Delta^2(\vec{k}') \rangle + V^2 \langle \delta_{\vec{k}} \delta_{\vec{k}}^* \rangle^2 \quad (2.29)$$

corresponde à incerteza no espectro de potência

$$\sigma_P^2 = \langle [\hat{P}(\vec{k}) - P(\vec{k})]^2 \rangle = \langle [\Delta^2(\vec{k})]^2 \rangle - \langle \Delta^2(\vec{k}) \rangle^2 = V^2 \langle \delta_{\vec{k}} \delta_{\vec{k}}^* \rangle^2. \quad (2.30)$$

Desta forma, utilizando a equação (2.22), podemos escrever a variância fracional da seguinte maneira

$$\frac{\sigma_P^2}{P^2(\vec{k})} = \frac{(P(\vec{k}) - P_n)^2}{P^2(\vec{k})} = \left( 1 + \frac{1}{n P(\vec{k})} \right)^2, \quad (2.31)$$

onde  $n$  é a densidade numérica.

O espectro de potência médio é calculado para todos os números de onda com módulo  $k$  produzidos dentro de um intervalo  $\Delta k$  de volume  $V_k$ , tal que

$$P(k) = \frac{1}{V_k} \int_{\Delta k} P(\vec{k}') d^3 k'. \quad (2.32)$$

O número de modos independentes no volume  $V_k$  obtidos por um levantamento que mapeia o volume  $V_s = L^3$ , onde número de onda mínimo é dado por  $k_{\min} = 2\pi/L$ , pode ser obtido da seguinte forma

$$N_k = \frac{V_k}{k_{\min}^3} = \frac{V_s V_k}{(2\pi)^3}. \quad (2.33)$$

O valor de  $N_k$  pode ser entendido como a escala de linearidade, desde que os modos iniciam o acoplamento na escala não-lineares devido à interação gravitacional intensa. Desta forma, o erro no espectro de potência médio deve diminuir por um fator  $1/N$

$$\frac{\sigma_P^2(k)}{P^2(k)} \simeq \frac{(2\pi)^3}{V_s V_k} \left( 1 + \frac{1}{n P(\vec{k})} \right)^2. \quad (2.34)$$

O espectro de potência vai apresentar duas fontes de erro. Como foi mencionado anteriormente, uma fonte refere-se à variância cósmica e a outra ao ruído. A variância cósmica

está associada a informação cosmológica perdida em grandes escalas devido ao número finito dos modos observados. O ruído, por sua vez, está relacionado a natureza discreta das galáxias. Diminuir o ruído  $1/n$  na equação (2.34) não implica na redução do  $\sigma_p/P(\vec{k})$  uma vez que a variância cósmica se matém [78].

Na figura (2.1) ilustramos a variância cósmica. Cada quadro apresenta um padrão dos modos de Fourier em diferentes escalas. Ao aumentar o volume no sentido do anti-horário do canto esquerdo superior, podemos observar o padrão dos modos em grandes comprimentos de onda. Podemos observar que perdemos algumas informações por causa da limitação da amostra. Assim, para diminuir a variância cósmica, devemos ampliar o volume mapeado pelos grandes levantamentos. Entretanto, não é possível obter um volume indefinido no levantamento devido as limitações do universo observável e aos gastos necessários para ampliar o volume da amostra.

Uma descrição completa pode ser obtida incluindo uma função de seleção  $w(r)$  que deve ser modulada de forma a minimizar a variância [77]

$$\frac{\sigma_P^2(k)}{P^2(k)} = \frac{(2\pi)^3 \int_{V_s} n^4 w^4 \left[1 + 1/(n P(\vec{k}))\right]^2 d^3r}{V_k \left[\int_{V_s} n^2 w^2 d^3r\right]^2}, \quad (2.35)$$

onde  $n = n(r)$  é uma densidade média. Quando  $n(r)$  e  $w(r)$  são constantes, a equação (2.35) se reduz à (2.34).

## 2.3 Espectro Teórico

**Espectro de potência primordial.** Apesar de termos omitido até o momento,  $\xi(\vec{x})$  e  $P(\vec{k})$  devem evoluir com o tempo. Ambas quantidades estão relacionadas e variam de acordo com o quadrado do contraste de densidade  $\delta$ . Então, ao introduzir a dependência temporal na função de correlação e no espectro de potência, devemos levar em conta o quadrado do modo de crescimento  $\delta_+$  apresentado no primeiro capítulo, de forma que  $\xi(\vec{x}, t) = \delta_+^2(t)\xi(\vec{x}, t_0)$  e  $P(\vec{k}, t) = \delta_+^2(t)P(\vec{k}, t_0)$ . Lembrando que o vetor  $\vec{x}$  deve ser interpretado como um vetor de separação comóvel e que essas relações são válidas dentro da teoria de perturbação linear na era dominada pela matéria.

Os modelos teórico do espectro de potência devem iniciar a partir de um espectro primordial. Uma vez que obtemos o espectro de potência primordial  $P(\vec{k}, t_0) \equiv P_0(\vec{k})$ , podemos ver como os modos evoluem no tempo. Como estamos interessados em comparar teoria e observação, devemos entender como o  $P_0(\vec{k})$  está relacionado à origem e à natureza das perturbações.

Nos anos 70, um espectro para as flutuações iniciais foi sugerido por diferentes autores [13, 79, 80] e ficou conhecido como espectro Harrison-Zel'dovich. A origem das flutuações era incerta e somente nos anos 80, os modelos inflacionários apresentaram possíveis mecanismos para gerar as flutuações e predizem um espectro próximo ao espectro Harrison-Zel'dovich. Esse espectro  $P_0(k)$  deveria evoluir com uma lei de potência  $P(k) \propto k^n$  com  $n = 1$ . O índice  $n$  também é conhecido como índice espectral. Os dados do satélite Planck fornecem um índice espectral  $n = 0,9655 \pm 0,0062$  [4].

Se assumimos um espectro primordial dado por uma lei de potência  $P \propto k^n$ , a equação (2.12) vai produzir  $\delta \equiv \langle \delta_k^2 \rangle^{1/2} \propto k^{(3+n)/2} = 2\pi L^{-(3+n)/2}$  para uma flutuação da densidade dentro de uma esfera de raio  $L$ . Se a equação de Poisson no espaço de Fourier fornece a amplitude do potencial através de  $\delta\Phi = 4\pi G\bar{\rho}\delta/k^2 \propto L^{(1-n)/2}$ , então no caso em que  $n = 1$  a amplitude do potencial permanece a mesma para diferentes escalas de flutuações. Como o potencial não depende da escala, podemos dizer que o espectro é invariante de escala.

**Forma do espectro de potência.** A maneira com que as flutuações crescem em diferentes escalas é determinada pelo tipo de matéria que domina o universo, pela interação entre a auto-gravidade e a pressão de radiação e pelos processos de amortecimento. No capítulo anterior, vimos que a evolução das perturbações varia dependendo do momento em que as perturbações reentram no horizonte. Se as perturbações reentram o horizonte na era dominada pela matéria, podemos ignorar efeitos de pressão e utilizar a teoria newtoniana na dinâmica das flutuações. Entretanto, quando as perturbações reentram o horizonte na era da radiação, sofrem os efeitos da pressão de radiação e apresentam um pequeno desvio do espectro primordial que pode ser expresso em termos de uma função de transferência  $T(k, a)$ . Desta forma, o espectro de potência linear deve levar em conta a função de transferência e a forma do espectro primordial

$$P(k, a) = A(a) T(k, a) P_0(k), \quad (2.36)$$

onde  $A(a)$  é fator de normalização. Cada modelo teórico apresenta uma forma para o espectro de potência, mas a amplitude das flutuações depende da física que governa a geração das flutuações primordiais.

A escala das flutuações quando atravessam o horizonte definem a maneira como elas devem evoluir. Se as flutuações entram no horizonte quando a densidade de radiação domina a densidade total, as flutuações são congeladas. A escala do horizonte na época em que a densidade de matéria e radiação são iguais corresponde a uma escala característica no espectro de potência onde o espectro retorna a forma primordial  $P_0(k) \propto k$ .

Após a igualdade das densidades de matéria e radiação, a matéria escura pode evoluir gravitacionalmente enquanto a matéria bariônica permanece acoplada à radiação que produz uma força devido aos efeitos de pressão contrária a resistência gravitacional. Essa competição entre atração gravitacional e pressão de radiação gera algumas oscilações no espectro da matéria bariônica. Somente quando a massa de Jeans nos bárions diminui por algumas ordens de magnitude é que a matéria bariônica inicia o processo de desacoplamento da radiação. Conforme a densidade de radiação diminui, uma grande fração de hidrogênio neutro começa a capturar elétrons responsáveis pelo espalhamento da radiação. Nesse período, ocorre um aumento no caminho livre dos fótons no processo de espalhamento com elétrons, fazendo com que os fótons possam viajar a uma distância maior e escapar das regiões mais densas. Esse processo suaviza as flutuações no bárions.

A natureza da matéria escura altera a forma da função de transferência. Então a função de transferência aplicada ao espectro primordial vai depender se estamos considerando um matéria escura fria ou matéria escura quente. A velocidade térmica dos constituintes da matéria



escura quando existe equivalência entre as densidade de matéria e radiação varia de acordo com o tipo de matéria escura. No momento da equivalência  $t_{\text{eq}}$ , os constituintes da matéria escura fria seriam não relativístico, enquanto os constituintes da matéria escura quente teriam velocidades próximas da velocidade da luz. Existem algumas aproximações analíticas propostas para matéria escura fria, por exemplo [65]

$$T(k) = \frac{\ln(1 + 2,34q)}{2,34q} [1 + 3,89q + (16,1q)^2 + (5,46q)^3 + (6,71q)^4]^{-1/4} \quad (2.37)$$

e para matéria escura quente

$$T(k) = \exp \left[ -4,61 \left( \frac{k}{k_{\text{fs}}} \right)^{3/2} \right], \quad k \equiv 0,16 \frac{m_\nu}{30\text{eV}} \text{Mpc}^{-1}, \quad (2.38)$$

onde  $q \equiv k/(\Gamma\Omega_M h^2)$  para  $\Gamma \equiv (2,73/T_{\text{CMB}})^2 \exp[-\Omega_b(1 + \sqrt{2h})/\Omega_M]$ ,  $m_\nu$  a massa da partícula da matéria escura que pode ser um neutrino,  $k_{\text{fs}}$  é o número de onda correspondente ao caminho livre médio da partícula.

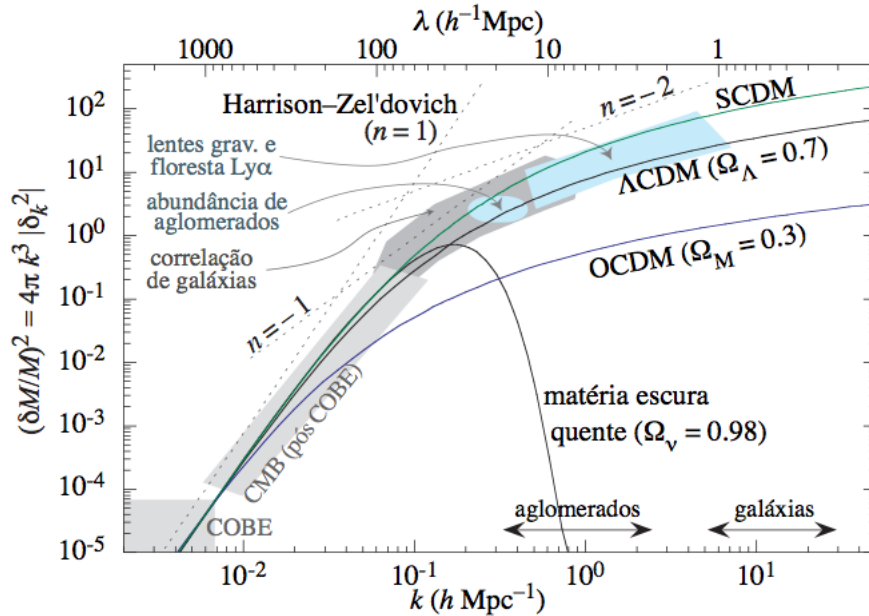


Figura 2.2: Flutuação na massa das perturbações dependendo de diferentes modelos cosmológicos considerando matéria escura fria e quente e o modelo  $\Lambda$ CDM.

Nos modelos de matéria escura quente, as flutuações em pequenas escalas são reduzidas porque as partículas relativísticas escapam do poço potencial. Isso reflete um espectro de potência suprimido em pequenas escalas (maiores valores de  $k$ ) como apresentado na equação (2.38) em que a função de transferência decresce exponencialmente com  $k$ . Então a teoria da matéria escura quente assume que as galáxias foram formadas a partir fragmentos de estruturas maiores. A detecção de pequenas estruturas como os quasares em altos redshift mostram que o modelo de matéria escura quente é incompatível com as observações. Na figura (2.2) mostramos

que para valores maiores de  $k$ , a escala da flutuação na matéria é da ordem de aglomerados considerando o modelo de matéria escura quente composto por neutrinos massivos.

Em geral, a função de transferência é calculada numericamente. Como temos dois regimes diferentes de evolução dependendo se as flutuações reentram o horizonte antes ou depois da equipartição, a escala do horizonte comóvel quando  $t = t_{\text{eq}}$  define uma escala característica dada por

$$L_0 = \int_1^{a_{\text{eq}}} \frac{c da'}{a'^2 H(a')} \simeq 12 (\Omega_m h^2)^{-1} \text{Mpc}. \quad (2.39)$$

A função de transferência vai depender da combinação  $kL_0$ . Se  $kL_0 \ll 1$ , não precisamos levar em conta os efeitos da pressão na função de transferência e, portanto,  $T(k) = 1$ . O valor de  $L_0$  fornece a escala em que as flutuações deixam de ser suprimidas pelos fótons. Assim, o espectro de potência vai apresentar um pico cuja posição e amplitude varia com o valor  $L_0 \simeq 12 (\Omega_m h^2)^{-1} \text{Mpc}$ . Na figura (2.3) podemos observar que o valor que mais ajusta os dados fica em torno de  $\Omega_m h = 0,21$ .

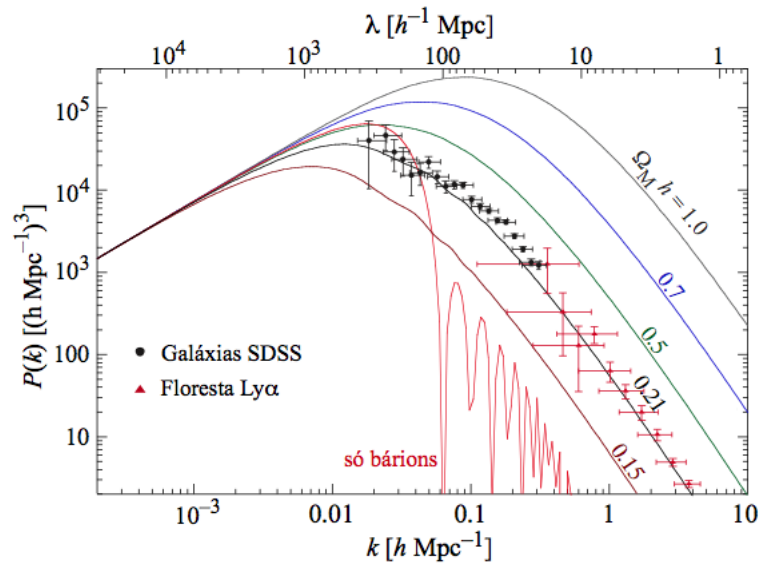


Figura 2.3: Espectro de potência da matéria assumindo matéria escura fria para diferentes valores de  $\Omega_m h^2$ .

**Normalização do espectro de potência** Até o momento descrevemos a forma do espectro de potência, mas uma descrição completa necessita da amplitude do espectro. Detalhes sobre a origem das perturbações cosmológicas ainda permanecem uma incógnita. Até mesmo os modelos inflacionários que preveem a forma do espectro primordial não conseguem prever a amplitude das flutuações. Somente através das observações das estruturas em grande escala e da radiação cósmica de fundo é possível obter a normalização do espectro.

É comum normalizar o espectro teórico utilizando a variância da distribuição de galáxias dentro de esferas de raio  $R$  aleatoriamente distribuídas, tal que

$$\sigma^2(R) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int P(k) W_k k^2 dk \quad (2.40)$$

onde  $W_k$  é dado pela equação (2.21). Galáxias selecionadas opticamente apresentam amplitude da ordem de 1 na flutuação da densidade numérica ao considerar esferas de raio  $R = 8 \text{ Mpc/h}$  no universo local, tal que

$$\sigma^2(R = 8 \text{ Mpc/h}) \equiv \sigma_{8g}^2 = \left\langle \left( \frac{n - \bar{n}}{\bar{n}} \right)^2 \right\rangle_8 \approx 1, \quad (2.41)$$

onde  $\bar{n}$  é o número médio de galáxias e a média  $\langle \rangle$  foi tomada assumindo diferentes esferas de raio  $R = 8 \text{ Mpc/h}$ . Então poderíamos normalizar o espectro de potência teórico fazendo  $\sigma(R) = 1$  quando  $R = 8 \text{ Mpc/h}$ . Um dos problemas é que, se o valor de  $\sigma_8 \approx 1$ , estamos longe do regime linear onde  $\delta \ll 1$ . Uma vez que a formação de galáxias envolve processos dissipativos, não existe motivo para assumirmos que a distribuição das galáxias, mapeadas através da radiação emitida, corresponda exatamente a distribuição de matéria. Sendo assim, podemos assumir, de forma menos restritiva, que a flutuação na distribuição de galáxias  $\delta_g$  não é igual, mas sim, proporcional às flutuações na massa  $\delta_m$ , de forma que

$$\delta_g = b \delta_m, \quad (2.42)$$

onde  $b$  é um valor constante conhecido como viés (*bias*). Podemos dizer que o parâmetro  $b$  reflete nossa ignorância acerca dos processos físicos envolvidos na formação de estruturas, não somente em relação a aglomeração através da atração gravitacional, como também, a formação estelar e a dinâmica do gás. Uma vez que esses mecanismos físicos determinam as propriedades das galáxias, é razoável assumir diferentes valores para  $b$  para diferentes tipos de galáxias.

Uma definição mais rigorosa do viés é obtida da relação entre a estatística das flutuações na distribuição de galáxias  $\sigma_{8g}$  e a estatística das flutuações na densidade de matéria  $\sigma_{8m}$ , ou seja,

$$b^2 \equiv \frac{\sigma_{8g}}{\sigma_{8m}}. \quad (2.43)$$

As definições  $\sigma_{8m}^2 \equiv \sigma_{8g}/b^2$  e  $\delta_g = b\delta_m$  são equivalentes somente na escala linear.

Para ilustrar, apresentamos um modelo físico para o viés na figura (2.4). Esse modelo mostra como a formação de galáxias estaria relacionada à flutuação na densidade. As regiões escuras acima de uma densidade limite, representada pela linha reta, vão formar objetos na mesma localização [81, 82, 83]. O problema é definir a origem física da densidade limite. A existência da densidade limite  $\delta_c = \nu\sigma_m$  é qualitativamente motivada pelo modelo de colapso esférico, onde  $\delta_c \simeq 1,68$  para formar estruturas.

Podemos ainda utilizar a contagem do número de aglomerados que emitem em raios-X para obter a normalização do espectro de potência, uma vez que a abundância desses objetos são muito sensíveis à amplitude das flutuações na densidade em escalas em torno de  $8 \text{ Mpc/h}$ . O problema é a incerteza na conversão da temperatura em raios-X para massa do aglomerado. Além da contagem de galáxias e aglomerados, também é possível encontrar o valor de  $\sigma_8$  a partir da radiação cósmica de fundo e das velocidades peculiares em grandes escalas [84].

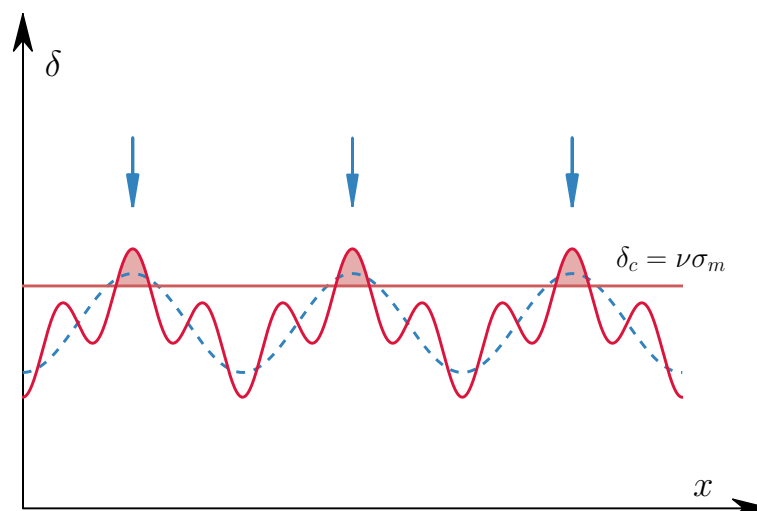


Figura 2.4: O gráfico representa um modelo físico particular para o viés (*bias*). A linha sólida corresponde ao perfil de densidade resultante da superposição de uma flutuação em pequena escala e outra flutuação em grande escala (perfil de densidade representado pela linha tracejada). As estruturas seriam formadas nos locais onde o campo de densidade ultrapassa um certo valor limite (representado pela linha reta).

## 2.4 Efeitos Sistemáticos

Existem inúmeros efeitos que dificultam a análise do espectro de potência da massa através do espectro de potência da galáxia. Vamos apresentar esses efeitos no regime de pequenas flutuações em grande escala.

### 2.4.1 Velocidade Peculiar

Os grandes levantamentos utilizam redshift produzido pela expansão cósmica como principal fonte na determinação da posição das galáxias. Entretanto, o movimento peculiar devido ao fluxo de matéria durante a formação de estruturas também pode provocar um desvio para o vermelho, causando uma distorção na posição das galáxias no espaço de redshift. Essas anisotropias aparecem na função de correlação e no espectro de potência através de um termo extra, conhecido como distorção no espaço de redshift (DER), que está relacionado à taxa de crescimento das estruturas.

Em pequenas escalas, a velocidade peculiar é aproximadamente aleatória, de maneira que o erro na determinação da posição devido ao movimento aleatório pode ser contabilizado como um erro experimental. O movimento aleatório dentro dos aglomerados provocam os chamados *dedos de Deus*, pequenas distorções (alongando a perturbação) na direção da linha de visada. Nas escalas maiores, as galáxias são direcionadas para regiões com maior concentração, ou seja,

o campo de velocidade está associado ao campo gravitacional. Nesse caso, o erro na medida da posição da galáxia provocado pela velocidade peculiar é um erro sistemático [85].

A componente da velocidade peculiar responsável pela distorção na determinação da distância é a componente na direção da linha de visada. Assim, a posição da galáxia medida no espaço de redshift é dada por

$$\vec{s} = \vec{r} \left( 1 + \frac{u}{r} \right), \quad (2.44)$$

onde  $\vec{r}$  é a posição real,  $r = |\vec{r}|$  e  $u(r) \equiv \vec{v} \cdot \vec{r}/r$  é a componente da velocidade peculiar na direção radial.

Assumindo que número de galáxias no espaço real  $N^r$  no volume  $d^3r$  e o número de galáxias no espaço de redshift  $N^s$  no volume  $d^3s$  são iguais, temos que

$$n_r dV_r = n_s dV_s, \quad (2.45)$$

onde  $n_r$  é a densidade numérica no espaço real e  $n_s$  é a densidade numérica no espaço redshift. A flutuação na densidade numérica das galáxias é dada por  $\delta_g = (N - \bar{N})/\bar{N}$ , onde  $\bar{N}$  é a densidade média. O volume no espaço de redshift está relacionado ao espaço real da forma  $d^3s = (1 + u/r)^2 |J| (r^2 \sin \theta) dr d\theta d\phi$ , tal que o jacobiano  $|J| = |\partial s/\partial r| = 1 + du/dr$ . Utilizando a conservação do número de galáxias, dado pela equação (2.45), e a relação entre os elemento de volume, temos

$$[1 + \delta_g^s(s)] = \frac{r^2}{(1 + u/r)^2} \left( 1 + \frac{\partial u}{\partial r} \right)^{-1} \frac{\bar{N}^r(\vec{r})}{\bar{N}^s(\vec{s})} [1 + \delta_g^r(r)], \quad (2.46)$$

onde a letra 's' se refere as quantidades no espaço de redshift e a letra 'r' se refere as quantidades no espaço real. A razão  $\bar{N}^r(\vec{r})/\bar{N}^s(\vec{s})$  está associada aos critérios de seleção dos grandes levantamentos.

A equação acima é uma consequência da conservação do número de galáxias e pode ser aplicado ao regime linear e não-linear. Assumindo  $\delta_g^r(r) \ll 1$  e que a relação entre a flutuação na matéria e a flutuação na densidade numérica das galáxias é dada pela equação (2.42), a equação de continuidade  $\nabla \cdot \vec{V} = -f \delta_m$  apresentada no capítulo 1, toma a forma

$$\delta_g^r(r) = -\frac{\nabla \cdot \vec{V}}{\beta}, \quad \nabla \equiv \frac{\partial}{\partial \vec{r}}, \quad (2.47)$$

onde  $\vec{V} = \delta \vec{v}/(Ha)$  é a velocidade peculiar comóvel,  $f$  a taxa de crescimento e  $\beta \equiv f/b$ . Como consequência do regime linear, temos que  $\partial u/\partial r \ll 1$ . Sendo assim, considerando  $u \ll r$  na equação (2.46), encontramos

$$\delta_g^s(r) = \delta_g^r(r) - \left( \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \alpha \right) u, \quad (2.48)$$

onde  $\alpha = 2 + \frac{\partial \ln \bar{N}^r(\vec{r})}{\partial r}$ .

No espaço de Fourier  $\nabla^n \delta v \rightarrow i k^n \delta v$ , então a velocidade peculiar e sua componente radial no espaço das posições são

$$\vec{V} = \frac{1}{(2\pi)^3} i\beta \int \delta_{gk} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \frac{\hat{k}}{k} d^3k \quad \text{e} \quad u = \frac{1}{(2\pi)^3} i\beta \int \delta_{gk} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \frac{(\vec{k}\cdot\vec{r})}{k^2 r} d^3k. \quad (2.49)$$

Sendo assim, a derivada  $\partial u/\partial r$  é dada por

$$\frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{(2\pi)^3} \beta \int \delta_{gk} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \left( \frac{\vec{k}\cdot\vec{r}}{kr} \right)^2 d^3k, \quad (2.50)$$

onde utilizamos  $d(e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}})/dr = i e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} (\vec{k}\cdot\vec{r})/r$ .

Assumindo que o tamanho da escala das perturbações são muito menores do que a distância até nós,  $r \gg 1$ , o termo  $(\frac{1}{r}\alpha u)$  pode ser desprezado na equação (2.48) e a flutuação no espaço de redshift em termos dos modos de Fourier pode ser obtida através de

$$\delta_{gk}^s = (1 + \beta\mu^2) \delta_{gk}, \quad \text{onde} \quad \mu \equiv \frac{\vec{k}\cdot\vec{r}}{kr}. \quad (2.51)$$

O termo  $1 + \beta\mu^2$  amplifica a flutuação no espaço de redshift devido à velocidade peculiar (veja figura 2.5). A amplitude vai depender do ângulo que o vetor de onda  $\vec{k}$  faz com a linha do sinal  $\vec{r}$  em termos do  $\mu$ , do bias  $b$  e da taxa de crescimento  $f$ .

Como o espectro de potência é definido por  $P(k) \equiv \delta_k^2$ , a distorção no espaço de redshift sobre o  $P(k)$  toma a forma

$$P^s(k) = (1 + \beta\mu^2) P^r(k). \quad (2.52)$$

Fazendo uma média sobre os possíveis ângulos, teremos

$$P_g^s(k) = (1 + 2\beta\langle\mu^2\rangle + \beta^2\langle\mu^4\rangle) P_g^r(k), \quad (2.53)$$

onde a média  $\langle\mu^n\rangle = 1/2 \int_{-1}^1 \mu^n d\mu = 1/(n+1)$ . Desta forma,

$$P_g^s(k) = \left( 1 + \frac{2}{3}\beta + \beta^2\frac{1}{5} \right) P_g^r(k). \quad (2.54)$$

Então o espectro de potência resultante da distorção no espaço de redshift apresenta uma amplitude maior. Em resumo, a influência do campo de velocidade peculiar em direção a concentração da massa faz com que as galáxias aparentem estar mais aglomeradas.

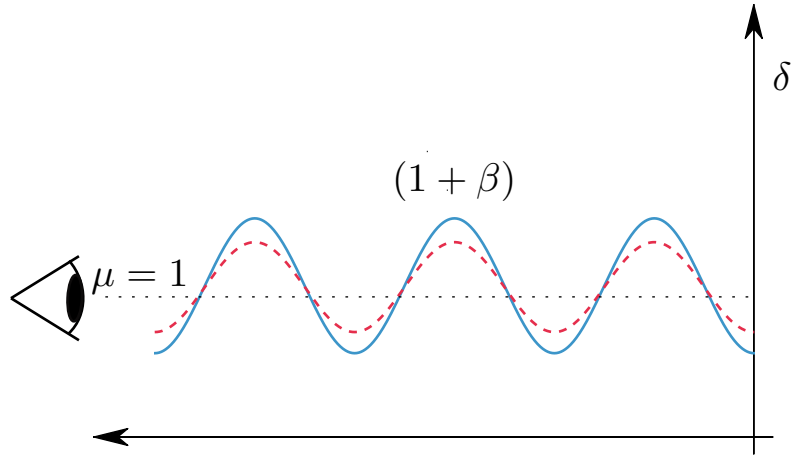


Figura 2.5: A amplitude da onda no espaço de redshift (linha contínua) amplifica em relação à amplitude no espaço real (linha tracejada) por causa da velocidade peculiar.

Apesar da distorção no espaço de redshift interferir na medida da posição das galáxias, esse fator pode ser utilizado como uma ferramenta para obter a taxa de crescimento  $f$  e, conseqüentemente, impor vínculos sobre os modelos de gravitação (para descrição mais detalhada sobre este ponto, veja [86, 87, 88, 89, 90, 91]).

## 2.4.2 Efeitos não-lineares

As amplitudes das flutuações em grande escala evoluem de forma independente e podem ser descritas pela teoria linear. Nas escalas em que o contraste de densidade  $\delta_m$  são próximos da unidade, as flutuações começam a se acoplar e passam a evoluir de forma não-linear levando em conta efeitos do colapso gravitacional, viés e velocidade peculiar.

O espectro real incluindo efeitos não-lineares podem ser obtidos de simulações computacionais. A principal ideia por trás da maioria dos trabalhos que envolvem simulações computacionais é encontrar uma fórmula genérica para espectro não-linear  $P_{nl}(k)$  que tem como informação inicial o espectro linear [64]

$$P_{nl}(k) = f_{nl}[P_{lin}(k)], \quad (2.55)$$

onde  $f_{nl}$  é uma transformação que depende dos parâmetros cosmológicos. Podemos obter  $f_{nl}$  a partir do ajuste dos resultados das simulações.

Podemos ainda assumir que o comportamento da transformação  $f_{nl}$  pode ser obtido da escala do comprimento de onda que leva o colapso de uma região de raio  $R_0$  com alto contraste de densidade e  $k_{lin}$  até uma estrutura virializada de raio  $R_v$  com  $k_{nl}$ , tal que  $k_{nl} = f_{nl}(k_{lin})$  [94].

Outra maneira de obter a forma  $f_{nl}$  é utilizando o modelo de halo de matéria escura. O fundamento teórico do modelo de halo [95, 96] surgiu como uma maneira de obter a função de correlação das galáxias e grupos de galáxias no regime linear e não-linear. No cenário hierárquico da matéria escura fria, a matéria deve colapsar em halos. O halo é uma

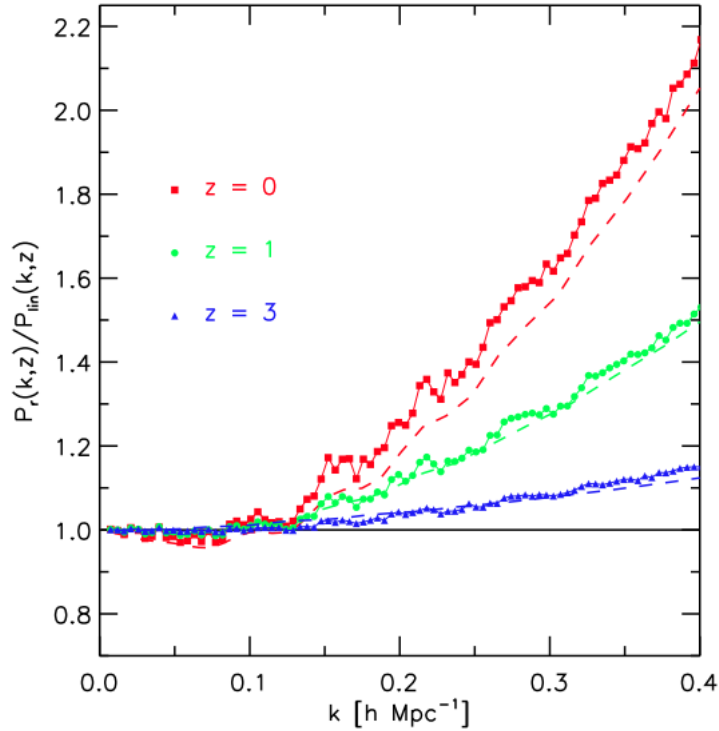


Figura 2.6: A figura mostra a escala do comprimento de onda  $k$  que ocorre o desvio da teoria linear ( $P_r(k)/P_{\text{lin}}(k) > 0$ ) em diferentes épocas. A linha pontilhada corresponde ao ansatz proposto por [92]. Essa figura foi adaptada de [93].

região em equilíbrio dinâmico em que o contraste de densidade atinge um determinado valor acima da densidade média ou da densidade crítica. Dentro do halo podem existir sub-halos gravitacionalmente ligados associados à não-linearidade. Podemos aproximar a distribuição do halo maior através do espectro linear e definir um 'número de ocupação' para a distribuição de sub-halos. A contribuição linear será maior em grandes escalas enquanto a contribuição não-linear será maior em pequenas escalas. Então, a não-linearidade refere-se principalmente a objetos que se formam dentro de grandes halos de matéria escura. Por outro lado, detalhes da estrutura interna dos halos não devem ser importantes em grande escala [92].

Existem algumas fórmulas do mapeamento do espectro de potência linear para o espectro de potência não-linear para os modelos de halo. Nesse caso, o espectro de potência não-linear é definido como a soma de dois termos

$$P_r = I_1(k) + I_2^2(k) P_{\text{lin}}, \quad (2.56)$$

tal que

$$I_1(k) = \int \frac{dM}{M} \left( \frac{M}{\rho_{\text{dm}}} \right)^2 \frac{dn}{d \ln M} y^2(M, k), \quad I_2(k) = \int \frac{dM}{M} \left( \frac{M}{\rho_{\text{dm}}} \right)^2 \frac{dn}{d \ln M} b(M) y^2(M, k).$$

Na equação acima  $M$  é a massa dos halos de matéria escura,  $\rho_{\text{dm}}$  é a densidade matéria escura hoje,  $y(M, k)$  é a transformada de Fourier do perfil de densidade do halo,  $dn/d \ln M$  é a função



de massa que descreve a densidade numérica dos halos e  $b(M)$  é o viés dos halos.

Até o momento, não sabe-se ao certo como as galáxias se formam dentro dos halos de matéria escura. No entanto, existe um consenso geral de que galáxias se formam no centro dos halos e, por esse motivo, são conhecidas como galáxias centrais. Conforme a estrutura em grande escala vai evoluindo, os halos de matéria escura com a galáxia central se misturam e formam um halo maior. Quando isso ocorre, os halos maiores que se fundem a halos menores vão apresentar galáxias satélites resultantes do menor halo e galáxias centrais resultantes dos halos maiores. As galáxias centrais vão evoluir de maneira diferente das galáxias satélites. Um halo que contém um grande número de galáxias é chamado de grupo e aquele que possui centenas de galáxias é chamado de aglomerado.

Se compararmos o espectro de potência linear  $P_{\text{lin}}(k)$  a um espectro de potência simulado que contenha efeitos não-lineares  $P_r(k)$ , podemos ver que a evolução dos modos de Fourier acoplados aumenta para maiores valores de  $k$ . Quando a razão  $P_r(k)/P_{\text{lin}}(k)$  sofre um desvio da unidade, significa que os modos iniciam o acoplamento e deixam a escala linear (ver figura 2.6). A transição entre os modos acoplados e o regime linear ocorre aproximadamente no mesmo comprimento de onda  $k \sim 0,1 \text{ h/Mpc}$  para diferentes épocas, i.e., para diferentes redshifts.

## 2.5 Resumo

Neste capítulo, mostramos as principais ferramentas estatísticas que quantificam as perturbações na densidade da matéria. Além disso, exploramos também quais são os erros estatísticos e sistemáticos que podem ser apresentados pelos estimadores da função de correlação e do espectro de potência.

As características do espectro de potência estão intimamente ligadas às teorias de perturbações cosmológicas. No entanto, devemos incluir as limitações da amostra observada e conhecer os efeitos sistemáticos que dificultam a interpretação dos estimadores.

Os métodos estatísticos serão amplamente utilizados ao longo da presente tese, possibilitando a comparação entre modelos teóricos e as observações da estrutura em grande escala. No capítulo 4, vamos utilizar a função de correlação para verificar o padrão de aglomeração das galáxias, enquanto no capítulo 5 vamos explorar as informações sobre os parâmetros cosmológicos em diferentes escalas através do espectro de potência.

---

# Oscilações Acústicas Bariônicas

---

O sucesso do modelo de matéria escura fria tem como suporte a compatibilidade entre a teoria linear em grandes escalas e as observações dos espectros medidos da RCF, bem como os espectros provenientes dos grandes levantamentos de galáxias. Além da contribuição da matéria escura, são notáveis as assinaturas da matéria bariônica no espectro em grande escala. As escalas características na distribuição de matéria que foram impressas durante a evolução do universo irão depender da densidade média e da fração de matéria bariônica [9, 10, 11, 13, 14].

O padrão formado pela matéria bariônica no espectro de potência e na função de correlação é um grande laboratório de estudos dos processos físicos que ocorreram no universo primordial. Entre as diversas características impressas vamos ressaltar o processo pelo qual a matéria bariônica sofre até formar os átomos neutros.

Após o período de inflação, o universo passa por uma era dominada pela radiação composta por uma plasma quente e denso em que os elétrons interagem com os fótons através do espalhamento Thomson. Durante esse período a matéria bariônica está sendo ionizada pelos fótons que tem caminho livre médio muito menor do que o horizonte. O plasma quente e denso passa por oscilações devido à competição entre a pressão de radiação e a instabilidade gravitacional produzida pelas flutuações na densidade acima da média. Conforme o universo expande e sua temperatura diminui, a energia dos fótons deixa de ser suficiente para ionizar os átomos. Então os átomos ionizados iniciam a captura dos elétrons formando átomos neutros. A recombinação descreve o momento em que a densidade numérica de átomos neutros se iguala a densidade numérica dos íons. Após a recombinação, os bárions ficam livres da pressão dos fótons caindo no potencial gravitacional produzido pelas perturbações na matéria escura fria.

As oscilações acústicas podem ser observadas no espectro de potência da RCF e, com menor amplitude, no espectro da distribuição de galáxias. A distância que o fluido fóton-bárion viaja até o desacoplamento dos fótons define a escala acústica das oscilações na RCF. Como nesse período existem muito mais fótons do que bárions, após o desacoplamento, os bárions sofrem o arrastar dos fótons. O momento em que os bárions param de ser arrastados pelos fótons define a escala acústica bariônica, que é um pouco maior do que a escala do desacoplamento

observada pela RCF [16]. Nesse estágio as ondas acústicas param de propagar e congelam num determinado valor. O valor da escala acústica bariônica é calculada através do horizonte sonoro na época em que a velocidade dos bárions desacopla dos fótons, dada pelo redshift de arraste (*drag*, em inglês)  $z \equiv z_{\text{drag}}$  [97].

A escala acústica dos bárions pode ser obtida através de um pico na função de correlação que está associado ao excesso de probabilidade de encontrar pares de galáxias separados por uma determinada distância. Essa escala característica é uma ferramenta de extrema importância para distinguir modelos cosmológicos [24, 98].

Neste capítulo, vamos mostrar como as oscilações acústicas imprimem uma escala característica na distribuição de estruturas em grande escala, de que forma essa escala pode servir como régua padrão e ainda discutiremos quais são os principais levantamentos envolvidos nas medidas da escala acústica.

### 3.1 Física das OAB

As equações de Einstein acoplam gravitacionalmente todas as componentes do universo (matéria bariônica, matéria escura, fótons, neutrinos). Qualquer flutuação no campo gravitacional vai provocar uma flutuação na densidade de energia das componentes e o comportamento da componente que sofre uma perturbação depende da natureza da flutuação. A principal contribuição destas flutuações na temperatura da RCF são as perturbações escalares. Como mencionamos anteriormente, as perturbações vetoriais decaem conforme o universo expande e as perturbações tensoriais, que se comportam como ondas gravitacionais, são suprimidas em relação às perturbações escalares.

No capítulo 1 apresentamos a evolução das anisotropias da radiação cósmica de fundo  $\Theta_0$  resolvendo a equação de Boltzmann relativística devido ao acoplamento fóton-bárion e às flutuações do campo gravitacional. Como resultado, encontramos a equação (1.109) dada por

$$\Theta_0'' + \frac{R_s}{1 + R_s} \mathcal{H} \Theta_0' + k^2 c_s^2 \Theta_0 = -\frac{k^2}{3} \Psi - \frac{R_s}{1 + R_s} \mathcal{H} \Phi' - \Phi'',$$

onde a velocidade da onda acústica  $c_s$  e a razão  $R_s$  foram definidas através da equação (1.110) na forma

$$c_s^2 \equiv \frac{\delta p_\gamma}{\delta \rho_\gamma + \delta \rho_b} = \frac{1}{3(1 + R_s)}, \quad R_s \equiv \frac{3\rho_b}{4\rho_\gamma} = \frac{3\Omega_b^{(0)}}{4\Omega_\gamma^{(0)}} \frac{1}{(1 + z)}.$$

Na definição da velocidade acústica  $c_s$  estamos considerando uma perturbação adiabática uma vez que o termo  $(\partial p / \partial S)$ , que contém a variação da entropia  $\delta S$ , não contribui para velocidade do som. Desta forma, os bárions e fótons fortemente acoplados devem evoluir como um fluido único (veja figura 1.1) descrito em termos da sua densidade e velocidade. A razão  $R_s$ , escrita em termos do parâmetro de densidade da matéria  $\Omega_m^{(0)}$  e da radiação  $\Omega_\gamma^{(0)}$  hoje, nos diz que, quanto maior for o redshift  $z$ , maior será a velocidade do som do fluido acoplado. Na ausência

de bárions, teremos um fluido relativístico com velocidade  $c_s = 1/\sqrt{3}$ . Assim, a presença dos bárions aumenta a massa do fluido e diminui a velocidade sonora.

A relação entre as flutuações na temperatura da RCF,  $\Theta_0 \approx \delta T/T$ , e as flutuações na densidade dos bárions,  $\delta_b$ , e dos fótons,  $\delta_\gamma$ , são dadas por

$$\rho_b \propto a^{-3} \propto T^3 \quad \Rightarrow \quad \delta_b = \delta\rho_b/\rho_b = 3 \delta T/T \approx 3\Theta_0 \quad (3.1)$$

$$\rho_\gamma \propto a^{-4} \propto T^4 \quad \Rightarrow \quad \delta_\gamma = \delta\rho_\gamma/\rho_\gamma = 4 \delta T/T \approx 4\Theta_0 \quad (3.2)$$

Assim, a flutuação na densidade dos bárions, na época do forte acoplamento entre fótons e bárions, deve evoluir segundo a equação (1.109) com  $\delta_b = 3\Theta_0$

$$\delta_b'' + \frac{R_s}{1+R_s} \mathcal{H} \delta_b' + k^2 c_s^2 \delta_b = -k^2 \Psi - 3 \frac{R_s}{1+R_s} \mathcal{H} \Phi' - 3 \Phi'' \quad (3.3)$$

Podemos reescrever a equação acima como um oscilador harmônico amortecido pela expansão que sofre uma força induzida pelos potenciais  $\Phi$  e  $\Psi$ . Para isso, vamos definir a quantidade  $D_{gb} \equiv \delta + 3\Phi$  e escrever a evolução da flutuação  $\delta_b$  na forma

$$D_{gb}'' + \frac{R_s}{(1+R_s)} \mathcal{H} D_{gb}' + k^2 c_s^2 D_{gb} = F(k, t), \quad (3.4)$$

onde o termo de força  $F(k, t)$  é dado por

$$F(k, t) \equiv -k^2 \left[ \Psi - \frac{R_s}{(1+R_s)} \Phi \right]. \quad (3.5)$$

O segundo termo da equação (3.4) corresponde a um amortecimento provocado pela expansão do universo e o terceiro termo corresponde a uma força restauradora devido a pressão dos fótons. A força  $F(k, t)$  é governada em termos dos potenciais de perturbação  $\Psi$  e  $\Phi$ . Ignorando o termo de força  $F$ , podemos ver que a equação acima se comporta como um oscilador amortecido pelo termo associado à expansão  $[R_s/(1+R_s)] \mathcal{H} D_{gb}' \approx [R_s/(1+R_s)] \mathcal{H} D_{gb}/\eta^2$ . No limite  $R_s \ll 1$ , podemos resolver a equação (3.4) pelo método padrão das funções de Green e encontrar a solução [64]

$$D_{gb} = D_{gb}^{\text{homog}} + k^2 \int_0^\eta (\Phi - \Psi) \frac{f_1(\tilde{\eta})f_2(\eta) - f_1(\eta)f_2(\tilde{\eta})}{f_1(\tilde{\eta})f_2'(\tilde{\eta}) - f_1'(\tilde{\eta})f_2(\tilde{\eta})} d\tilde{\eta}, \quad (3.6)$$

onde  $D_{gb}^{\text{homog}}$  é a solução homogênea escrita como a combinação linear das soluções  $f_1 = \sin[k \int c_s d\eta]$  e  $f_2 = \cos[k \int c_s d\eta]$ , ou seja,  $D_{gb}^{\text{homog}} = c_1 f_1 + c_2 f_2$ . O valor de  $r_s$  é calculado no tempo conforme  $\eta$  e define a escala da propagação da onda acústica, ou seja,

$$r_s(z) = \int_0^\eta c_s d\tilde{\eta} = \int_0^a \frac{c_s d\tilde{a}}{\tilde{a}^2 H(\tilde{a})} = \int_z^\infty \frac{c_s d\tilde{z}}{H(\tilde{z})}. \quad (3.7)$$

Os fótons não estão perfeitamente acoplados aos bárions uma vez que eles sofrem um amortecimento por difusão. A suposição de que os fótons e bárions estão se movendo como

um fluido único é uma boa aproximação que é válida somente quando a taxa de espalhamento é muito grande. Como essa condição não é verdadeira, os fótons viajam por uma distância finita, chamada *caminho livre médio*, entre os espalhamentos. Quanto maior for a densidade dos elétrons, menor será o caminho livre médio dos fótons.

A profundidade óptica  $\tau$  mede a intensidade do acoplamento. O caminho livre médio dos fótons interagindo com os bárions,  $\lambda$ , é dado pelo inverso da derivada da profundidade óptica  $\lambda = \tau'^{-1}$ . O valor de  $\tau$  depende da fração de elétrons livres  $X_e$ , da densidade numérica de elétrons  $n_e$  e da seção de choque Thomson  $\sigma_T$  na forma  $\tau' = X_e n_e \sigma_T$ . Podemos dizer que quanto maior for a fração de elétrons livres  $X_e$ , menor será o caminho livre médio dos fótons  $\lambda = 1/(X_e n_e \sigma_T)$ . A transição entre o forte acoplamento ( $\lambda \rightarrow 0$ ) até o momento em que os fótons seguem livres pelo universo, passa por um processo de amortecimento durante o qual os fótons devem escapar dos potenciais gravitacionais produzidos por regiões com excesso de densidade. Esse amortecimento é conhecido como amortecimento Silk e sua escala depende da quantidade de bárions existentes no universo [9, 17].

O desacoplamento ocorre quando a taxa de espalhamento dos fótons se torna menor do que a taxa de expansão. Isso significa que os elétrons estão sendo diluídos pela expansão mais rápido do que sua interação com os fótons. Se a taxa de interação é dada por  $\Gamma = c/\lambda$ , o desacoplamento inicia quando  $H \approx \Gamma$ . Nesse período, o caminho livre médio dos fótons  $\lambda$  aumenta.

Quando os bárions e os fótons iniciam o desacoplamento, o espalhamento não é interrompido instantaneamente. Podemos descrever o espalhamento como a troca de energia e de momento entre as componentes do fluido que tendem a igualar suas velocidades. No limite de forte acoplamento ( $\tau' \rightarrow \infty$ ), as velocidades serão iguais  $v_b = v_\gamma$ . Isso significa que no arraste dos bárions pelos fótons, a velocidade das duas componentes devem ser iguais. No entanto, a densidade dos momentos das componentes apresentam valores distintos, ou seja,

$$(\rho_\gamma + p_\gamma) v_\gamma = \frac{4}{3} \rho_\gamma v_\gamma \neq (\rho_b + p_b) v_b \simeq \rho_b v_b . \quad (3.8)$$

Para que o momento se conserve, a velocidade dos bárions devido à dispersão dos fótons deve levar em conta o fator  $R_s^{-1} = (4\rho_\gamma)/(3\rho_b)$  [16]. Como a velocidade dos bárions  $v_b/R_s \propto 1/(R_s \tau'_b)$  e dos fótons  $v_\gamma \propto 1/\tau'$  devem se equilibrar durante o espalhamento, temos que

$$\tau_d(\eta) = \int \frac{\tau'}{R_s} d\tilde{\eta}, \quad (3.9)$$

onde  $\tau_d$  e  $\tau$  são as profundidades óptica dos bárions e dos fótons, respectivamente. O redshift do desacoplamento  $z_*$  corresponde a  $\tau = 1$  e o redshift em que os bárions deixam de ser arrastados pelos fótons  $z_{\text{drag}}$  é dado por  $\tau_d = 1$ . A igualdade entre as profundidades ópticas  $\tau$  e  $\tau_d$  só ocorrem quando a razão  $R_s$  é igual a unidade. Quanto maior a densidade dos bárions, maior será a razão  $R_s$  e a onda acústica dos bárion irá propagar-se até uma escala menor. Se a densidade de fótons é maior do que a dos bárions nesse período, então a onda acústica nos bárions vai propagar-s até tempos maiores do que o descoplamento dos fótons. O redshift  $z_{\text{drag}}$  foi definido por [97] através de

$$z_{\text{drag}} = \frac{1291\omega_m^{0,251}}{1 + 0,659\omega_m^{0,828}}(1 + b_1\omega_m^{b_2}), \quad (3.10)$$

onde

$$b_1 = 0,31\omega_m^{0,419}(1 + 0,607\omega_m^{0,674}), \quad b_2 = 0,238\omega_m^{0,223}, \quad (3.11)$$

onde  $\omega_m = \Omega_m h^2$ , tal que  $h$  é o parâmetro de Hubble hoje dividido por 100.

Podemos obter as escalas acústicas utilizando os dados do WMAP9 [3] e do Planck [4]. A escala acústica comóvel  $r_s$  medido pela RCF pode ser obtida utilizando o redshift do desacoplamento  $z_*$ , enquanto a escala característica impressa na distribuição de matéria deve ser calculada no redshift em que os bárions param de ser arrastados pelos fótons  $z_{\text{drag}}$ .

Os dados do WMAP9 [3] e do Planck [4] são apresentados na tabela 3.1. Note que a densidade da matéria obtida pelo Planck é maior do que a obtida pelo WMAP9. Essa diferença altera a estimativa da escala acústica nos bárions.

	WMAP	Planck
$\omega_m$	$0,1364 \pm 0,0044$	$0,1414 \pm 0,0029$
$z_{\text{drag}}$	$1020,7 \pm 1,1$	$1059,43 \pm 0,64$
$r(z_{\text{drag}})$	$152,3 \pm 1,3\text{Mpc}$	$147,70 \pm 0,63\text{Mpc}$
$z_*$	$1090,97^{+0,85}_{-0,86}$	$1090,16 \pm 0,65$
$r(z_*)$	$145,8 \pm 1,2\text{Mpc}$	$144,96 \pm 0,66\text{Mpc}$

Tabela 3.1: Diferença entre os valores dados pelo WMAP9 [3] e do Planck [4].

Na figura (3.1) ilustramos o comportamento da perturbação sobre as componentes do universo (matéria escura fria, energia escura, fótons e neutrinos). Primeiro, consideramos uma flutuação inicial sobre todas as componentes representada por um pico no perfil de massa. Como a perturbação é adiabática, todas as componentes sofrem uma flutuação na mesma proporção. Nesse período, os neutrinos não interagem com outra componente, por esse motivo seguem livres da perturbação inicial. A flutuação na matéria escura fria, por sua vez, permanece na posição original por interagir somente em resposta a gravidade e por não apresentar nenhum movimento intrínseco. Já a perturbação no fluido fóton-bárion acoplado se move como ondas esféricas acústicas em resposta a competição entre gravitação e pressão de radiação. Conforme o universo expande e esfria, os átomos iniciam a captura dos elétrons livres e os fótons sofrem uma redução na energia ao tentar escapar dos poços de potenciais formados pelos bárions. A velocidade da onda acústica é reduzida e a pressão diminui até o momento que os fótons seguem livres pelo universo na forma de RCF.

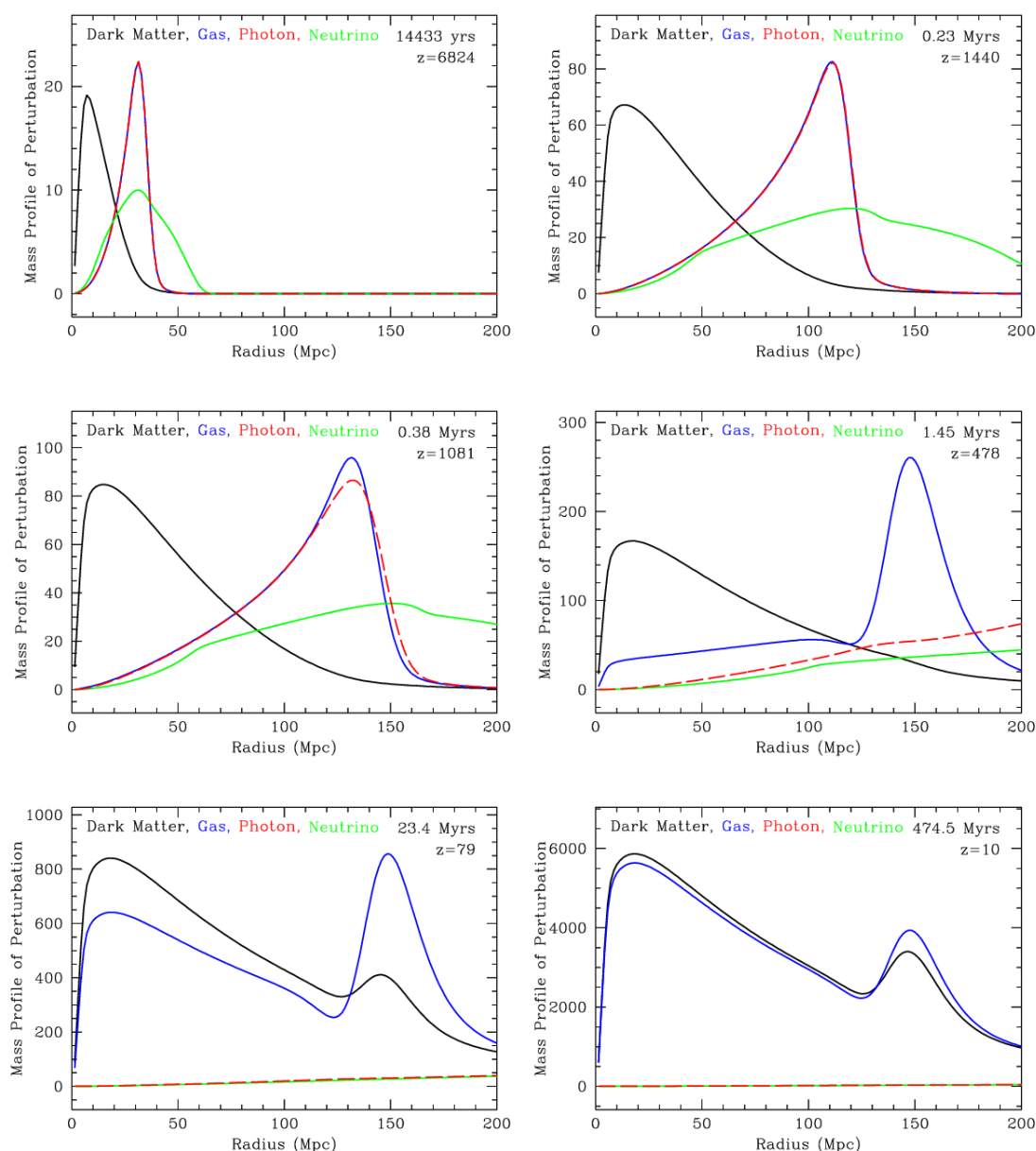


Figura 3.1: Evolução do perfil de densidade sobre as componentes do universo (matéria escura fria, matéria bariônica, fótons e neutrinos). Cada quadro representa uma época do universo num dado redshift. No segundo quadro da esquerda para direita podemos ver a evolução da perturbação no fluido fóton-bárion acoplado. A matéria escura fria interage essencialmente em termos da atração gravitacional permanecendo na posição inicial e ampliando apenas o seu raio conforme acreta material. Figura retirada de [99].

Após esse processo, vamos ter duas regiões com excesso de densidade: uma formada pela flutuação na matéria escura e outra correspondente a uma casca esférica formada pela propagação da onda no fluido fóton-bárion. Ambas as regiões atraem mais matéria e possuem mais probabilidade de formarem galáxias. Na verdade, a distribuição de matéria vai apresentar muitas cascas esféricas sobrepostas devido a propagação de uma grande quantidade de ondas acústicas.

## 3.2 Das OAB à Energia Escura

Nessa seção vamos mostrar como a escala acústica pode impor vínculos sobre os parâmetros cosmológicos. O cálculo das distâncias cósmicas é uma ferramenta de extrema importância na estimativas dos parâmetros cosmológicos.

### 3.2.1 Distâncias em Cosmologia

Podemos obter a distância entre nós observadores e um objeto astrofísico utilizando a parte espacial da métrica FLRW na forma

$$\gamma_{ij}dx^i dx^j = d\chi^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \quad \text{onde} \quad d\chi = \frac{dr}{\sqrt{1 - Kr^2}}. \quad (3.12)$$

A distância comóvel entre dois objetos se mantém constante quando os objetos se movem junto com o fluxo de Hubble. Para obter a distância comóvel devemos dividir a distância própria pelo fator de escala, que é equivalente a multiplicar por  $(1 + z)$ .

Os fótons viajam ao longo de geodésicas nulas  $ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t)d\chi^2 = 0$ , onde  $\theta$  e  $\phi$  são constantes. Se um fóton é emitido num instante  $t_e$  em  $\chi = \chi_o$  e observado no instante  $t_o$  em  $\chi = 0$ , então a distância comóvel que ele percorreu é igual a

$$D_c = \int_{t_e}^{t_o} \frac{c dt}{a} = \int_0^{\chi_o} d\chi = \int_0^r \frac{d\tilde{r}}{\sqrt{1 - K\tilde{r}^2}} = \begin{cases} \arcsin(\sqrt{K}r) \frac{1}{\sqrt{K}} & \text{se } K > 0 \\ r & \text{se } K = 0 \\ \text{arcsinh}(\sqrt{K}r) \frac{1}{\sqrt{K}} & \text{se } K < 0 \end{cases}. \quad (3.13)$$

Lima00 A relação entre a distância comóvel e os modelos cosmológicos é dada pela parte temporal da equação acima

$$D_c = \int_{t_e}^{t_o} \frac{c dt}{a} = \int_{a_e}^{a_o} \frac{c da}{a H(a)} = \frac{c}{H_0} \int_0^z \frac{d\tilde{z}}{E(\tilde{z})}, \quad (3.14)$$

onde  $E(z)$  é o parâmetro de Hubble adimensional e  $a_0/a = 1 + z$ , dado por

$$E(z) \equiv \frac{H(z)}{H_0} = \sqrt{\Omega_r(1+z)^4 + \Omega_m(1+z)^3 + \Omega_K(1+z)^2 + \Omega_X f(z)}. \quad (3.15)$$

O último termo nos diz que o parâmetro de densidade da energia escura pode variar com

$$f(z) = \exp \left[ 3 \int_0^z (1 + w(z')) \frac{dz'}{1 + z'} \right]. \quad (3.16)$$

A expressão para  $f(z)$  foi obtida através da conservação de energia (1.8) e assumindo uma equação de estado variando no tempo  $p_X = w(z)\rho_X$ . No caso em que  $w(z) = -1$ , retornamos



ao modelo  $\Lambda$ CDM com  $\Omega_\Lambda = \Omega_X$  e  $f(z) = 1$ . Assim, podemos verificar a evolução da energia escura e de outros parâmetros cosmológicos utilizando a distância comóvel.

Se sabemos a extensão do objeto observado, podemos definir a distância de diâmetro angular  $D_A(z)$  a partir da razão entre o tamanho próprio  $l$  do objeto e sua separação angular  $\delta\theta \ll 1$ , ou seja, [64, 100]

$$D_A(z) \equiv \frac{l}{\delta\theta} = \frac{a D_c \delta\theta}{\delta\theta} = \frac{1}{(1+z)} D_c. \quad (3.17)$$

Como as oscilações acústicas imprimem uma escala característica podemos utilizá-las para testar modelos cosmológicos através das relações de distância (3.14) e (3.17) descritas acima.

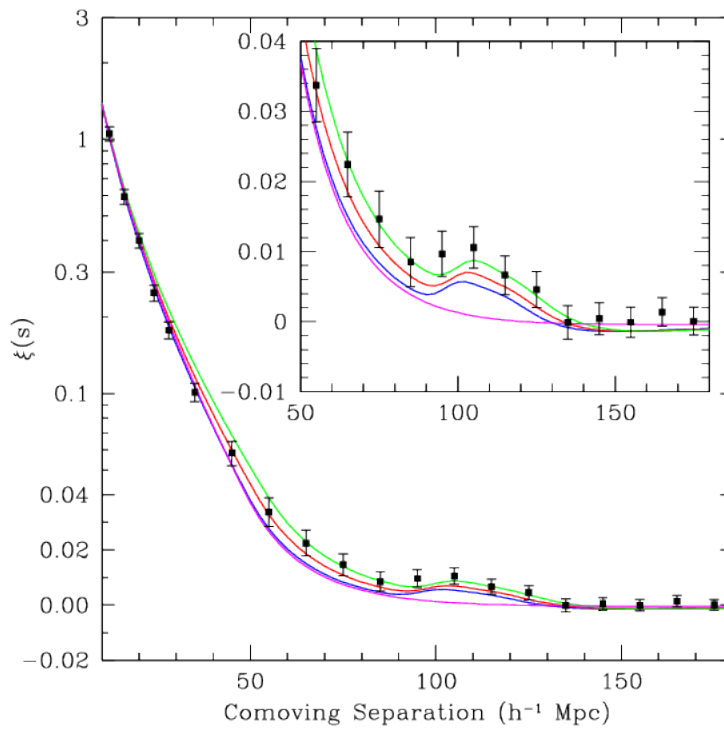


Figura 3.2: Função de correlação obtida utilizando 46.748 galáxias mapeadas pelo SDSS sobre um volume de 4 bilhões de anos-luz. As diferentes curvas correspondem aos modelos com  $\Omega_m h^2 = 0,12$ (verde);  $0,13$ (vermelho);  $0,14$ (azul). A curva rosa corresponde ao modelo considerando somente matéria escura com  $\Omega_m h^2 = 0,105$ . Figura retirada de [24].

### 3.2.2 Função de Correlação e Espectro de Potência

Devido a superposição de inúmeras ondas acústicas, o padrão das assinaturas bariônica não é visivelmente detectado. Para identificar os padrões, devemos recorrer a análise estatística do espectro de potência e da função de correlação. Como o espectro de potência codifica a resposta do perfil de densidade relativo a uma perturbação, essas ondas aparecem como uma sequência de oscilações harmônicas no espectro. A perturbação na matéria escura corresponde a crista central e a casca esférica em torno da crista central corresponde a onda acústica. A

escala acústica é a distância percorrida pela casca esférica formada pela perturbação inicial. Se a onda acústica para de propagar na crista de outra perturbação da matéria escura, teremos uma interferência construtiva. Caso contrário, quando a onda termina no vale da perturbação da matéria escura fria, teremos uma interferência destrutiva.

Para identificar a escala acústica na distribuição real de galáxias, precisamos comparar o catálogo real com um catálogo aleatório. Vimos que a função de correlação fornece a probabilidade de encontrar pares separados por uma determinada distância. Assim, podemos utilizar a correlação de distância entre os pares de galáxias para obter a escala acústica bariônica. A primeira detecção da escala acústica através da função de correlação foi obtida por Eisenstein em 2005 [24] que utilizou 46.748 galáxias mapeadas pelo Sloan Digital Sky Survey. A escala acústica foi obtida através da posição do pico em torno de 105 Mpc/h na função de correlação, indicando um excesso de probabilidade de achar galáxias nessa escala correspondente à casca esférica formada pela onda acústica.

Para obter a função de correlação da distribuição de galáxias, em geral, utiliza-se o estimador proposto por Landy e Szalay [75] dado por

$$\xi(x) = \frac{DD(x) - 2DR(x) + RR(x)}{RR(x)}, \quad (3.18)$$

onde  $DD(x)$ ,  $DR(x)$  e  $RR(x)$  são a contagem de pares separados pela distância  $x$  entre os catálogos real-real, real-aleatório e aleatório-aleatório, respectivamente. Em termos práticos, só é possível observar diretamente a separação angular e o redshift dos pares de galáxias, de tal maneira que temos que calcular a separação comóvel  $x$  a partir de um modelo cosmológico fiducial.

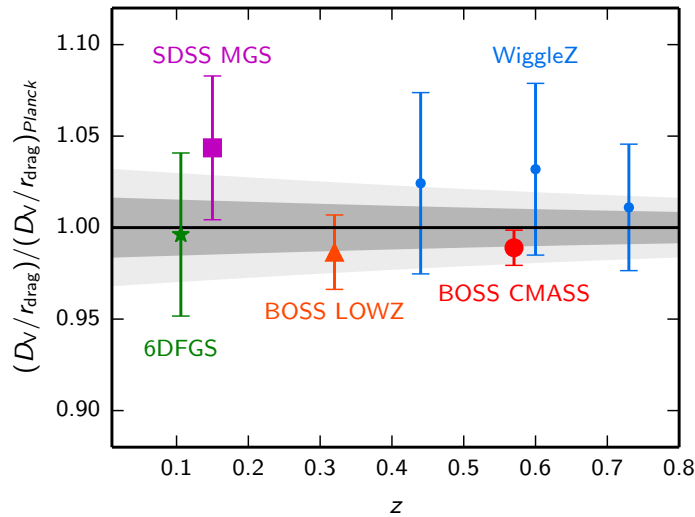


Figura 3.3: A figura mostra a razão  $D_V(z)/r_{\text{drag}}$  em comparação com o modelo fiducial  $\Lambda\text{CDM}$  dado pelo Planck. As regiões preenchidas correspondem a 68% and 95% de confiança dos valores obtidos pelo Planck. Os pontos representam as medidas mais recentes dos levantamentos 6dFGS [101], SDSS MGS [102], WiggleZ [103] e BOSS [104]. Figura retirada de [4].

Podemos definir uma distância esférica média  $D_V$  decompondo a escala acústica comóvel

numa contribuição transversal dada por  $r_{\perp} = (1+z)D_A$  e uma contribuição radial associada ao parâmetro de Hubble  $r_{\parallel} = cz/H(z)$ , ou seja, [104]

$$D_V(z) \equiv (r_{\perp}^2 r_{\parallel})^{1/3} = \left[ (1+z)^2 D_A^2(z) \frac{cz}{H(z)} \right]^{1/3}. \quad (3.19)$$

Com intuito de comparar a escala acústica  $D_V$  obtida da distribuição de galáxias e a escala acústica  $r_{\text{drag}}$  obtida pela RCF, é comum utilizar a razão  $D_V/r_{\text{drag}}$ . A escala acústica  $r_{\text{drag}}$  é bem ajustada pelos dados da RCF, no entanto, neste caso, também assume-se um modelo cosmológico a priori e o valor pode variar consideravelmente dependendo das extensões do modelo  $\Lambda$ CDM. Sendo assim, é fundamental contabilizar a dependência do modelo na análise dos dados de ambas as contribuições  $D_V$  e  $r_{\text{drag}}$ . Para obter os desvios do modelo fiducial utilizado no cálculo das distâncias, utilizamos o parâmetro  $\alpha$  definido pela relação [104]

$$\alpha \equiv \frac{(D_V(z)/r_{\text{drag}})}{(D_V^{\text{fid}}(z)/r_{\text{drag}}^{\text{fid}})}. \quad (3.20)$$

O valor de  $\alpha$  pode ser utilizado para ajustar o pico acústico dos dados em relação ao modelo fiducial utilizado, onde  $\xi(x) \rightarrow \xi(\alpha x)$ . Se  $\alpha > 1$  devemos deslocar o pico para escalas menores e, quando  $\alpha < 1$ , devemos deslocar o pico para escalas maiores.

Uma análise ideal da função de correlação deve envolver o viés das galáxias observadas e outros efeitos sistemáticos como o efeito devido a processos não-lineares e distorções no espaço de redshift. Para ajustar os dados levando em conta alguns possíveis efeitos no espectro linear utilizamos a parametrização

$$\xi_{\text{fit}}(x) = B^2 \xi_{\text{mod}}(\alpha x) + A(x) \quad \text{com} \quad A(x) = \frac{a_1}{x^2} + \frac{a_2}{x} + a_3. \quad (3.21)$$

O parâmetro  $B$  contabiliza o viés e a função  $A(x)$  ajuda a moldar a função de correlação sobre os dados através de três parâmetros  $a_1, a_2$  e  $a_3$  [104]. Os valores de  $\alpha$  para os resultados da escala acústica mais recentes são apresentados na figura (3.3). Uma vez encontrado o valor  $\alpha$ , podemos utilizá-lo para obter o modelo cosmológico que melhor ajusta os dados observacionais. A função de correlação do modelo é dada por [105]

$$\xi_{\text{mod}}(x) = \frac{1}{2\pi^2} \int P_{\text{mod}}(k) j_0(kx) k^2 dk, \quad (3.22)$$

onde  $j_0$  é a função de Bessel de ordem zero e  $P_{\text{mod}}$  é o espectro de potência do modelo.

### 3.3 Grandes Levantamentos de Galáxias

Para entender como as galáxias estão distribuídas é necessário obter suas respectivas posições no espaço tridimensional. A posição angular das galáxias são facilmente medidas em relação a posição ao longo da linha de visada. Uma forma de medir a posição radial ao longo da linha de

visada é verificar o comportamento das linhas de emissão e absorção características providas das galáxias que, por sua vez, foi integrada sobre todo espectro estelar. A medida que o universo expande, podemos obter o redshift\* das linhas espectrais e utilizar a expansão de Hubble para inferir suas distâncias.

É possível derivar o redshift das galáxias fotometricamente. Se as histórias de formação estelar das galáxias não forem muito distintas, esperamos que as galáxias apresentem um padrão de comportamento semelhante no diagrama de cores. O redshift fotométrico é estimado a partir das características apresentadas nas bandas de cores [106]. O nível de precisão do redshift fotométrico vai depender do número de bandas e dos objetos observados, entre outros fatores. Em geral, a precisão do redshift obtido fotometricamente ( $\sigma_z \sim 0,03(1+z)$ ) é muito menor do que o redshift obtido espectroscopicamente ( $\sigma_z \sim 0,001(1+z)$ ). Entretanto, o custo para realizar grandes levantamentos fotométricos é menor do que os grandes levantamentos espectroscópicos.

Para entender a história de expansão do universo, precisamos mapear os objetos astronômicos sob grandes volumes e estender as análises em altos redshifts. A obtenção do pico acústico exige uma grande densidade dos objetos. Com avanços tecnológicos podemos obter o mapa de milhares de galáxias utilizando espectrógrafos de multi-objetos. Os projetos pioneiros no mapeamento de um grande volume de galáxias foram conduzidos pelos projetos anglo-australianos 2-degree Field Galaxy Redshift Survey (2dFGRS) [107, 108] e WiggleZ [109] e pelo projeto Sloan Digital Sky Survey (SDSS) [110]. Levantamentos atuais e futuros vão ampliar significativamente o volume mapeado e melhorar a estatística das amostras. Nesta seção, vamos listar os principais projetos envolvidos no levantamentos de galáxias.

A construção de um levantamento passa por duas etapas: a seleção do volume que será mapeado e, depois, a localização das galáxias cujo brilho é superior a um fluxo limite estabelecido. Nem sempre um objeto astronômico classificado como alvo será, necessariamente, observado. Uma *máscara* nos diz a região que devemos observar as galáxias, avaliando a magnitude limite do levantamento e a plenitude do redshift [108]. Isso garante que os futuros levantamentos mantenham ou aprimorem o nível de precisão dos levantamentos anteriores. Para construir uma máscara precisamos utilizar catálogos aleatórios cujos mapas seguem uma distribuição de Poisson com densidade esperada  $\bar{\rho}$ . Os catálogos devem apresentar a mesma função de seleção que será utilizada pelo levantamento e, por se tratarem de mapas aleatórios, não possuem aglomeração ou segregação de pontos. Quanto mais eficiente for a máscara, melhor será a estimativa da flutuação numérica das galáxias  $\delta_g$ . É comum atribuir um peso aos catálogos cujo objetivo é diminuir o ruído e a variância cósmica através de

$$w(x) = \frac{1}{1 + \bar{n}(x)\bar{P}(x)}, \quad (3.23)$$

onde  $\bar{n}(x)$  e  $\bar{P}(x)$  são o número de galáxias e o espectro de potência esperado, respectivamente [111].

Existem muitos objetos que são candidatos a traçar o campo de matéria no universo. Entretanto, estes objetos devem apresentar uma alta densidade e ocupar um grande volume no

\* Assume-se, em geral, que o redshift é totalmente radial, devido à expansão do universo.

céu. Além disso, devem ter um brilho considerável, uma clara assinatura espectroscópica que permita uma boa estimativa no redshift e que exija pouco tempo de exposição no telescópio. Em resumo, o objetivo principal no levantamento é obter uma amostra que apresente poucos erros estatísticos com menor custo possível [112].

As galáxias vermelhas luminosas (sigla LRGs, em inglês) são objetos com grande destaque nos mapeamentos por causa do seu brilho e por ocupar uma porção significativa do céu em torno de  $1\text{-}3 \text{ Gpc}^3$ . Esse tipo de galáxias apresentam fortes características de absorção e alta superfícies de brilho, permitindo uma rápida análise espectroscópica [113]. As LRGs possuem um alto valor do viés ( $b \sim 2$ ) e podem ser detectadas tanto espectroscopicamente quanto fotometricamente. No entanto, as galáxias vermelhas são extremamente difíceis de medir em redshift  $z > 1$ , nesse caso, sendo necessário o uso de outros traçadores.

Em  $z > 1$ , taxa de formação estelar é bastante intensa e as galáxias apresentam fortes linhas de emissão. Esse tipo de galáxia é conhecido como *galáxias com linhas de emissão* (sigla ELG, em inglês) e apresenta uma vantagem em relação as LRGs em altos redshifts. A caracterização e detecção das galáxias com linhas de emissão podem ser obtidas em um curto intervalo de tempo, e se estendem além dos limites do espectro estelar [114].

### Levantamentos completos

*2-degree Field Galaxy Redshift Survey (2dFGRS)*: o 2dFGRS foi um levantamento espectroscópico anglo-australiano que mapeou 221.414 galáxias cobrindo, aproximadamente, 1.800 graus quadrados no intervalo de redshift  $0 < z < 0,3$ . Com o mapa das galáxias obtidas pelo 2dFGRS foi possível obter o espectro de potência com assinatura das OABs e, conseqüentemente, a fração de bárion  $\Omega_b/\Omega_m = 0,185 \pm 0,046$  [25].

*WiggleZ*: Assim como o 2dFGRS, o levantamento WiggleZ foi proporcionado por um telescópio anglo-australiano. O WiggleZ operou de 2006 à 2011 mapeando 240.000 galáxias sobre um volume 1.000 graus quadrados no intervalo de redshift  $0 < z < 1$ . O WiggleZ combinou as análises sobre as distâncias cósmicas obtidas das OAB com os dados de crescimento de estruturas obtidos das distorções no espaço de redshift [115].

*Sloan Digital Sky Survey (SDSS)*: o SDSS é um dos maiores levantamentos de galáxias operando por mais de 15 anos. Durante os primeiros 14 anos, o progresso SDSS foi dividido em três fases: o SDSS-I de 2000 à 2005, o SDSS-II de 2005 à 2008 e SDSS-III de 2008 à 2014. As duas primeiras fases proporcionaram o mapeamento de 930.000 galáxias e 120.000 quasares. Um dos projetos envolvidos na terceira fase é o *Baryon Oscillation Spectroscopic Survey (BOSS)* que forneceu o espectro e o redshift de 1,35 milhões de galáxias cobrindo um volume de 10.000 graus quadrados considerando  $z < 0,7$  e, simultaneamente, 150.000 quasares no intervalo de redshift  $2,15 \leq z \leq 3,5$  [116]. A figura (3.4) mostra a extensão dos dados proporcionados pelo BOSS cujo objetivo principal a detecção do pico acústico das OABs.

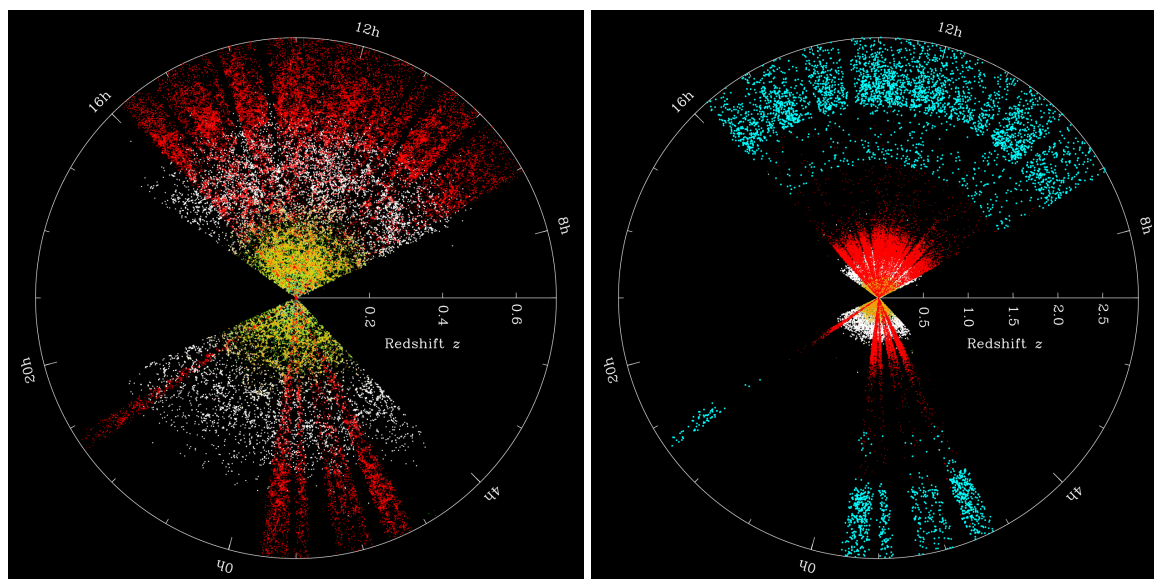


Figura 3.4: Os pontos vermelhos representam as LRGs mapeadas pelo BOSS em altos redshift em comparação com as LRGs mapeada anteriormente pelo SDSS representada pelos pontos brancos. As galáxias normais estão indicadas pelos pontos amarelos e os quasares estão indicados pelos pontos azuis. Figura retirada de <http://blog.sdss3.org/2010/07/07/boss-finishes-200-plates/>.

### Levantamentos operando nos próximos 5 anos

*Extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey (eBOSS)*: Em 2014 iniciou um novo projeto da quarta fase do SDSS conhecido como eBOSS. O levantamento eBOSS ([www.sdss3.org/future/](http://www.sdss3.org/future/)) vai ampliar o mapeamento do BOSS no intervalo de redshift  $0,6 < z < 2,5$ . Nesta escala de redshift o eBOSS se concentra principalmente no mapeamento de galáxias e quasares. Esse mapeamento será de grande importância desde que, durante essa época, o universo deveria sofrer uma transição entre a fase desacelerada para fase acelerada.

*Dark Energy Survey (DES)*: Através de uma câmera de 520 megapixels no telescópio de 4 metros localizado nos Andes chilenos, o levantamento DES vai mapear 180.000.000 galáxias fotometricamente até  $z = 1,5$ . O DES começou em 2013 e deve operar no período de 5 anos ([www.darkenergysurvey.com](http://www.darkenergysurvey.com)).

*Javalambre Physics of the Accelerating Universe Astrophysical Survey (J-PAS)*: O levantamento J-PAS surgiu de uma colaboração hispano-brasileira e permitirá o mapeamento de dezenas de milhões de galáxias utilizando redshift fotométrico. Devido à grande quantidade de filtros com bandas estreitas (54 filtros) e mais dois filtros com banda larga, a precisão do redshift fotométrico será equivalente a precisão de um redshift espectroscópico. O telescópio com espelho de 2,5m (câmera de 1,2 Gpixels) dedicado ao J-PAS fica localizado na serra de Javalambre na Espanha. O J-PAS irá mapear 8.500 graus quadrados no intervalo de redshift  $0,1 < z < 1,1$  [30]. Entraremos em mais detalhes sobre o mapeamento do J-PAS no último capítulo, onde mostraremos nossos resultados das nossas previsões sobre as estimativas dos parâmetros cosmológicos utilizando a técnica da matriz de Fisher.

## 3.4 Resumo

Neste capítulo, apresentamos os processos físicos que dão origem as oscilações acústicas bariônicas e como estas fornecem uma escala característica na distribuição de galáxias. A escala acústica, por sua vez, permite a restrição dos modelos e parâmetros cosmológicos através das relações de distância comóvel e distância de diâmetro angular.

Devido ao grande número de ondas acústicas, o padrão de oscilações não é facilmente visualizado no mapa das galáxias. Desta forma, devemos recorrer a métodos estatísticos como a função de correlação de dois pontos para identificar a escala acústica.

Como as OABs apresentam uma escala característica que permite a restrição dos modelos cosmológicos, muitos projetos têm como objetivo principal o mapeamento da estrutura em grande escala para obter o sinal das OABs. Sendo assim, apresentamos os principais levantamentos de galáxias que estão envolvidos nas medidas da escala acústica.

---

# Escala Acústica Transversal

---

Um dos maiores problemas na detecção da escala acústica bariônica é a escolha do modelo cosmológico necessário para calcular a separação comóvel entre pares de galáxias. Uma vez que essa escolha é feita, uma pergunta natural surge: como iremos restringir modelos cosmológicos sem que o modelo assumido a priori interfira na análise final? Embora a razão  $(D_V r_{\text{drag}}^{\text{fid}})/(D_V^{\text{fid}} r_{\text{drag}})$  contabilize a influência do modelo escolhido no cálculo da distância, não existe garantia de que o modelo fiducial tenha efeito nulo no resultado final. O caso ideal seria a obtenção direta da separação sem assumir um modelo cosmológico.

Podemos medir diretamente as coordenadas angulares e o redshift de uma galáxia. Desta forma, podemos calcular a separação angular  $\theta$  entre os pares independente de modelo, fixando apenas o redshift. Vimos no capítulo anterior que um excesso de probabilidade de encontrar pares separados por uma determinada escala pode ser apresentado como um pico na função de correlação espacial. Sendo assim, uma função de correlação angular obtida a partir de separações angulares, pode fornecer o valor de  $\theta$  correspondente à escala acústica que, por sua vez, está relacionada a distância de diâmetro angular. Uma vez obtida a distância de diâmetro angular, podemos impor vínculos sobre os modelos e parâmetros cosmológicos sem a necessidade de assumir um modelo fiducial a priori.

Existem algumas dificuldades práticas na localização do pico acústico através da função de correção angular. O problema surge devido a possibilidade da função de correlação apresentar muitos ruídos que podem ser causados por efeitos sistemáticos. Desta forma, precisamos analisar cautelosamente qual seria o pico correspondente à escala acústica. Nesse trabalho, aplicamos dois métodos que nos auxiliam na obtenção do sinal acústico através da correlação angular [28]. Os métodos foram aplicados considerando 6 cascas de redshift com valores médios em  $\bar{z} = 0,45; 0,47; 0,49; 0,51; 0,53$  e  $0,55$ . As cascas de redshift devem ser estreitas o suficiente para evitar a contribuição do sinal acústico radial (uma vez que queremos extrair somente com o sinal transversal) e, ao mesmo tempo, deve conter um número mínimo de galáxias necessário para fazer a estatística da análise. Por esse motivo, utilizamos um conjunto de galáxias vermelhas luminosas fornecida pela décima liberação de dados (DR10) do SDSS-III que contém uma densidade numérica significativa dentro das cascas escolhidas. O catálogo



de galáxias fornecido pelo DR10 para o intervalo de redshift  $z = [0,445; 0,555]$  foi obtido espectroscopicamente e permite o uso de cascas consideravelmente estreitas ( $\delta z = 0,01$  e  $z = 0,02$ ). Uma vez que detectamos os seis picos acústicos, construímos um diagrama  $\theta_{BAO}-z$  que possibilita a restrição de modelos e parâmetros cosmológicos.

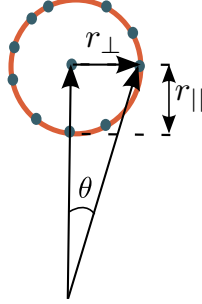


Figura 4.1: As duas contribuições da escala acústica: uma radial,  $r_{||}$ , relacionada ao parâmetro de Hubble e outra transversal,  $r_{\perp}$ , relacionada à distância de diâmetro angular.

## 4.1 Função de Correlação Angular

Em nossas análises, vamos utilizar o estimador proposto por Landy e Szalay [75] para obter a função de correlação angular. Em analogia ao caso das distâncias comóveis, vamos assumir distâncias angulares  $\theta$  entre os elementos de ângulo sólido  $d\Omega_1$  e  $d\Omega_2$  e verificar se existe algum excesso de probabilidade de encontrar pares separados por uma distância angular específica. Assim, considerando um dado intervalo de redshift, podemos obter a função de correlação angular através de

$$w(\theta) = \frac{DD(\theta) - 2DR(\theta) + RR(\theta)}{RR(\theta)}, \quad (4.1)$$

onde  $DD(\theta)$ ,  $DR(\theta)$  e  $RR(\theta)$  são os números de pares separados por  $\theta$  entre os catálogos real-real, real-aleatório e aleatório-aleatório, respectivamente. O sinal transversal da escala acústica deveria se manifestar como um pequeno pico correspondente à escala angular  $\theta_{FIT}$ , um dado valor para cada casca. Como estamos calculando a função de correlação angular em 6 intervalos de redshift, iremos encontrar 6 escalas angulares associadas à escala acústica  $\theta_{FIT}$ . Isso possibilita a construção do diagrama  $\theta_{FIT}$  vs  $z$  necessário para restringir modelos cosmológicos (veremos mais detalhes na seção 4.5).

A função de correlação angular teórica  $w_E(\theta)$  pode ser obtida da função de correlação espacial  $\xi_E$  considerando objetos entre os redshifts  $z_1$  e  $z_2$  como função de distância angular entre os pares [117]

$$w_E(\theta, \bar{z}) = \int_0^\infty dz_1 \phi(z_1) \int_0^\infty dz_2 \phi(z_2) \xi_E(s, \bar{z}), \quad (4.2)$$

onde  $\bar{z} \equiv (z_1 + z_2)/2$ , com  $z_2 = z_1 + \delta z$ , e  $\phi(z_i)$  é a função de seleção normalizada no redshift  $z_i$ . Quanto mais estreito for o intervalo de redshift,  $\delta z \approx 0$ , mais próximos estarão os valores dos

redshifts das galáxias  $z_1 \approx z_2$  e  $\xi_E(s, z_1) \simeq \xi_E(s, z_2)$ . Sendo assim, podemos dizer seguramente que  $\xi_E(s, \bar{z})$  depende somente do parâmetro  $\bar{z}$  no lugar da variável  $z$  [118]. Vimos no capítulo anterior que a função de correlação espacial  $\xi_E(s, z)$  deve depender do espectro da matéria  $P_m(k, z)$  da seguinte forma

$$\xi_E(s, z) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty dk k^2 j_0(ks) b^2 P_m(k, z), \quad (4.3)$$

onde  $j_0$  é a função de Bessel de ordem zero. Uma vez que a posição do pico não é alterada pelo viés \*, consideramos  $b = 1$ .

## 4.2 Mapa de galáxias do SDSS-III DR10

A terceira fase do Sloan Digital Sky Survey [120] é composta por quatro experimentos: o Sloan Extension for Galactic Understanding and Exploration (SEGUE-2), o Baryon Oscillation Spectroscopic Survey (BOSS), o Apache Point Observatory Galactic Evolution (APOGEE) e o Multi-Object APO Radial Velocity Exoplanet Large-area Survey (MARVELS). Como estamos interessados em explorar as características das oscilações acústica bariônicas, vamos trabalhar com os dados do experimento BOSS.

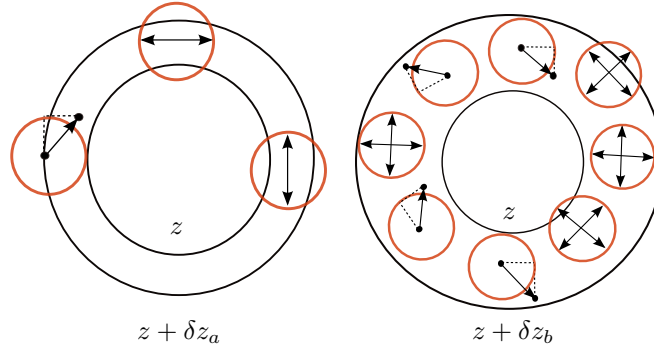


Figura 4.2: A figura mostra como uma escolha do intervalo de redshift pode influenciar a escolha do pico na função de correlação. Uma casca fina ( $z + \delta z_a$ ) consegue extrair somente o sinal transversal das OAB, mas nem sempre contém um número suficiente de galáxias. Uma casca mais espessa ( $z + \delta z_b$ ) pode contabilizar efeitos de projeção.

O BOSS ampliou significativamente a densidade numérica das galáxias mapeadas pela primeira e segunda fase do SDSS, fornecendo uma densidade numérica de galáxias em torno de  $n = 0,0002 - 0,0003 \text{ h}^3/\text{Mpc}^3$ . Além disso, possibilitou a análise sobre um grande número de galáxias em redshift maiores do que as fases anteriores,  $0,43 < z < 0,7$ , inferidos espectroscopicamente. O SDSS-III proporcionou a oitava, nona, décima e a décima primeira liberação de dados (DR8, DR9, DR10 e DR11) do SDSS. Os dados do DR8 ainda incluem

\* Uma discussão sobre a influência dos efeitos sistemáticos na localização do pico acústico foi feita por Sanchez *et. al.* [119].

intervalos redshift	número de LRGs	$\bar{z}$	$\delta z$
0,440 - 0,460	21.862	0,45	0,02
0,465 - 0,475	17.536	0,47	0,01
0,480 - 0,500	40.957	0,49	0,02
0,505 - 0,515	21.046	0,51	0,01
0,525 - 0,535	22.147	0,53	0,01
0,545 - 0,555	21.048	0,55	0,01

Tabela 4.1: Intervalos de redshift escolhidos e número de galáxias em cada casca.

a amostra obtida fotometricamente pelas fases I e II, já o DR9 propiciou o primeiro conjunto de dados espectroscópicos do SDSS. Para obter a melhor performance estatística em nossas análises, utilizamos a última realização de dados disponíveis publicamente pelo BOSS: o DR10.

O DR10 contém 409.337 LRGs mapeadas no norte galáctico entre o intervalo de redshift  $0,43 < z < 0,7$ . Com intuito de derivar a assinatura transversal como função do redshift, dividimos os dados em intervalos de redshift que contenham aproximadamente 20.000 galáxias, exceto quando o redshift médio é igual 0,49. Neste caso, teremos aproximadamente 40.000 galáxias. Não existe uma maneira de saber a priori quantas galáxias são ideais para análise da função de correlação. Após inúmeras tentativas no sentido de encontrar uma casca de redshift que apresentasse o menor ruído e uma clara assinatura da escala acústica, escolhemos os intervalos apresentados na tabela 4.1. Note que os intervalos apresentam um espaçamento de 0,005 entre eles para evitar uma possível correlação. Quanto maior for a casca de redshift, mais diluído estará o sinal da escala acústica por causa dos efeitos de projeção, como veremos no caso em que  $\bar{z} = 0,45$  e  $0,49$ .

### 4.3 Detectando o sinal acústico transversal

A função de correlação angular calculada em trabalhos anteriores (veja [119, 117]) utilizou mapeamento de galáxias obtido através de redshift fotométricos, onde a precisão na estimativa do redshift depende da quantidade de filtros utilizada no levantamento. Um erro considerável na medida do redshift implica numa incerteza significativa na localização do pico. No sentido de obter uma possível alteração na posição do pico, faz-se necessário o uso de modelos fiduciais. Como estamos interessados em obter a escala acústica sem assumir um modelo específico a priori, verificamos qual deslocamento no pico utilizando vários modelos cosmológicos.

Além do erro na medida do redshift, podem existir outros efeitos sistemáticos que dificultam a determinação do pico  $\theta_{FIT}$ . Para determinar de maneira cautelosa qual seria o pico relativo a escala acústica, iremos aplicar dois testes:

1. **Diferentes intervalos de  $\theta$**  – Para o cálculo da função de correlação precisamos da contagem do número de pares com separações entre  $\theta - \Delta\theta$  e  $\theta + \Delta\theta$ . Como não existe

uma forma de encontrar a priori o  $\Delta\theta$  ideal, nossos resultados foram obtidos considerando diferentes valores para  $\Delta\theta$ .

2. **Pequenos deslocamentos nas posições** – Fizemos pequenos deslocamentos aleatórios na posição das galáxias para destruir o padrão de aglomeração em determinadas regiões e suavizar a função de correlação. Assim encontramos uma curva sem as flutuações provocadas possivelmente por efeitos sistemáticos.

Em resumo, podemos dizer que nossa estratégia é a seguinte: se o pico permanece após a aplicação dos testes, assumimos que a elevação representa a escala angular do sinal acústico. Além dos testes, devemos quantificar o deslocamento no pico  $\alpha$  ( $\theta_{FIT} \rightarrow \theta_{BAO}$ ), devido a escolha da casca de redshift. Uma vez que localizamos o pico acústico e realizamos o deslocamento  $\alpha$  podemos verificar como a assinatura evolui com os diferentes intervalos de redshift considerados e, então, comparar teoria e observação. No que segue, apresentamos a metodologia proposta para identificar os picos correspondentes à escala acústica.

### Diferentes intervalos de $\theta$

O estimador da função de correlação utiliza a contagem de pares nos catálogos reais e aleatórios fixando uma separação  $\theta$ . Na prática, não é possível encontrar um grande número de galáxias separados por, exatamente, a mesma distância. Nesse caso, temos que colocar um limite de tolerância no valor da separação  $\theta$ . Então, a função de correlação vai de encontro ao problema da escolha do melhor intervalo em torno do valor de  $\theta$ . Não existe ainda uma forma rápida e segura para obter o intervalo ideal. Um intervalo muito pequeno para valor de  $\theta$  pode não conter um número suficiente de pares e assim gerar muitos ruídos na função, enquanto um intervalo muito grande pode diluir a assinatura acústica e dificultar a sua localização. No entanto, consideramos que a escala acústica, mesmo que se apresente na forma mais diluída, deve ser mais robusta do que um possível ruído. Se ao diminuir ou aumentar o intervalo  $\Delta\theta$  a amplitude do pico diminui ou se desloca, então descartamos a possibilidade deste pico corresponder a escala acústica.

Para aprimorar a escolha da largura  $\Delta\theta$  na função de correlação, fizemos várias tentativas. Entre elas, encontramos 3 casos interessantes dividindo  $\theta = [0^\circ, 12^\circ]$  pelo número de intervalos  $N_b$  (embora no gráfico  $w(\theta) - \theta$  apresente apenas o intervalo de interesse  $\theta = [1, 5^\circ, 6, 5^\circ]$ ). Na figura (4.3) mostramos os 3 casos considerados na análise final:  $N_b = 31, 37$  e  $40$ , onde cada ponto na função de correlação é calculado assumindo a separação  $\theta - \Delta\theta < \theta < \theta + \Delta\theta$  com  $\Delta\theta \equiv 12^\circ/N_b$ .

Na figura (4.3) podemos observar, por exemplo, que no caso  $\bar{z} = 0,55$  a escolha de  $N_b = 31$  elimina o pico apresentado entre  $\theta = [3^\circ, 4^\circ]$  nos casos com  $N_b = 37$  e  $40$ . Já no caso  $\bar{z} = 0,53$ , temos um comportamento bastante semelhante para todos os  $N_b$  considerados, apresentando um único pico bastante robusto. Nos outros intervalos de redshift, precisamos aplicar o segundo teste para determinar o pico acústico.

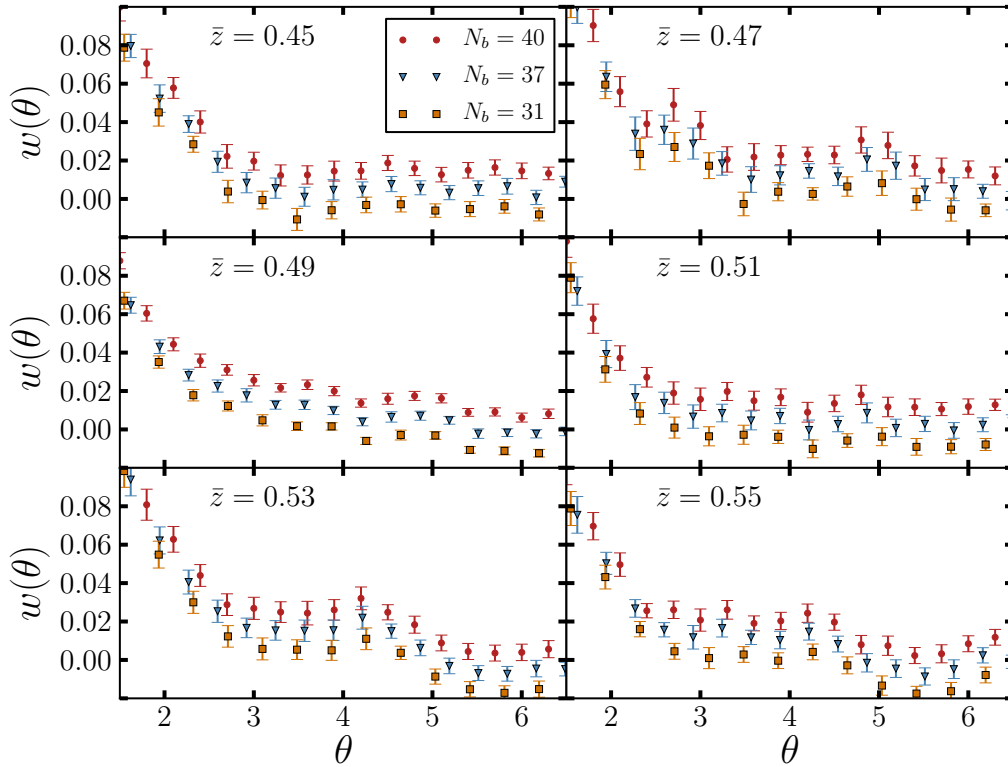


Figura 4.3: Em cada quadro assumimos diferentes cascas de redshift com aproximadamente 20.000 galáxias, exceto o caso  $\bar{z} = 0,49$  (veja a tabela 4.1). Os diferentes intervalos correspondem a  $\Delta\theta \equiv 12^\circ/N_b$  com  $N_b = 31, 37$  e  $40$ . Para uma visualização melhor, deslocamos artificialmente as curvas correspondentes aos casos  $N_b = 31$  e  $37$ .

### Pequenos deslocamentos nas posições das galáxias

Como mencionamos anteriormente, os vários picos apresentados nas funções de correlação (veja figura 4.3) podem ser provocados não somente devido a escolha do intervalo  $\Delta\theta$  como também por efeitos sistemáticos. A distinção entre o pico acústico e os picos sistemáticos exige o conhecimento de uma curva base sem assinatura acústica para comparar com a função de correlação provinda dos dados. Poderíamos utilizar uma curva teórica e retirar a contribuição da escala acústica, no entanto, teríamos que assumir um modelo (o que estamos evitando).

Quando calculamos a função de correlação, estamos contabilizando qualquer forma de aglomeração, seja relativo à aglomerados/grupos de galáxias ou às OABs. Assumindo que o pico acústico deva apresentar uma escala robusta, pequenos deslocamentos nas posições das galáxias podem diluir o sinal das OABs e devem destruir o padrão de aglomeração que produz outros picos. Isso produz uma função de correlação suavizada com uma pequena elevação correspondente ao sinal das OABs diluído (altura menor e largura maior). Caso a escala acústica não seja muito robusta, a função de correlação não deve apresentar elevações.

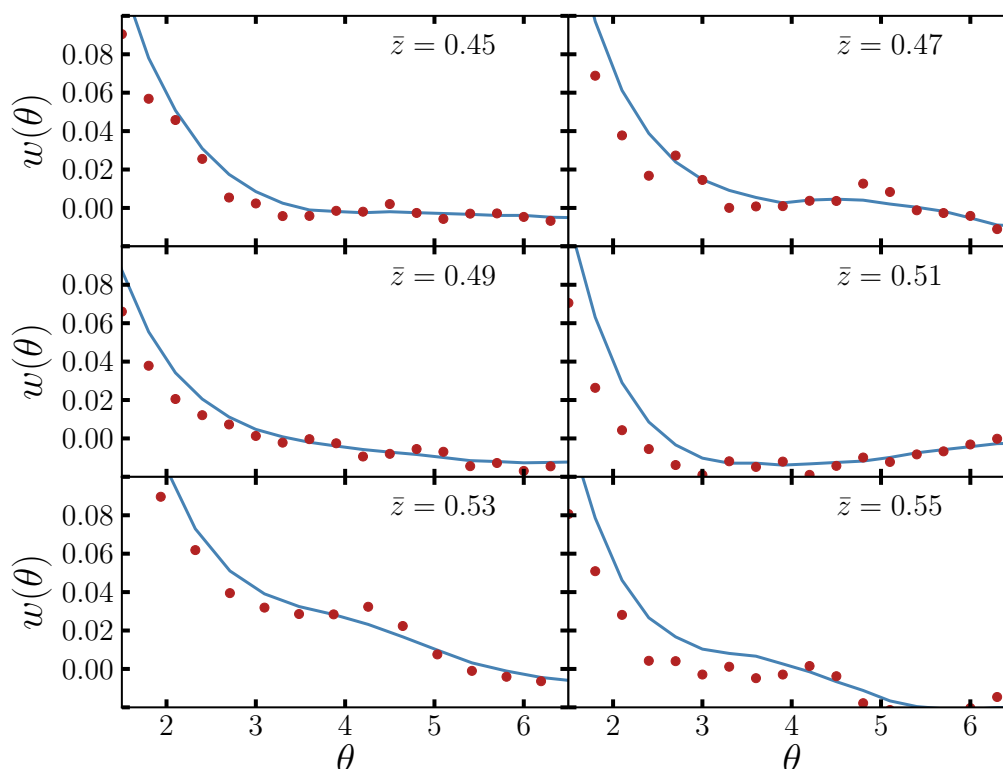


Figura 4.4: A linha contínua corresponde à função de correlação suavizada por pequenos deslocamentos na posição angular das galáxias e os pontos vermelhos correspondem à função de correlação obtida dos dados reais para o caso  $N_b = 40$ .

O primeiro passo do nosso algoritmo foi a realização de pequenos deslocamentos aleatórios nas posições angulares das galáxias. Após aplicar este procedimento 100 vezes, calculamos a função de correlação média suavizada apresentada na figura 4.4 (linha contínua). Como exemplo, podemos ver na figura 4.4 que, no caso em que  $\bar{z} = 0,47$ , a função de correlação continua apresentando uma pequena elevação correspondente à escala acústica. Nos casos que já apresentavam uma possível escala acústica diluída (como  $\bar{z} = 0,45; 0,49$  e  $0,51$ ), nenhuma elevação foi mantida. Sendo assim, temos que utilizar os dois testes em conjunto para identificar o sinal acústico. Podemos ver também que os pequenos valores das separações  $\theta$  são mais sensíveis aos pequenos deslocamentos.

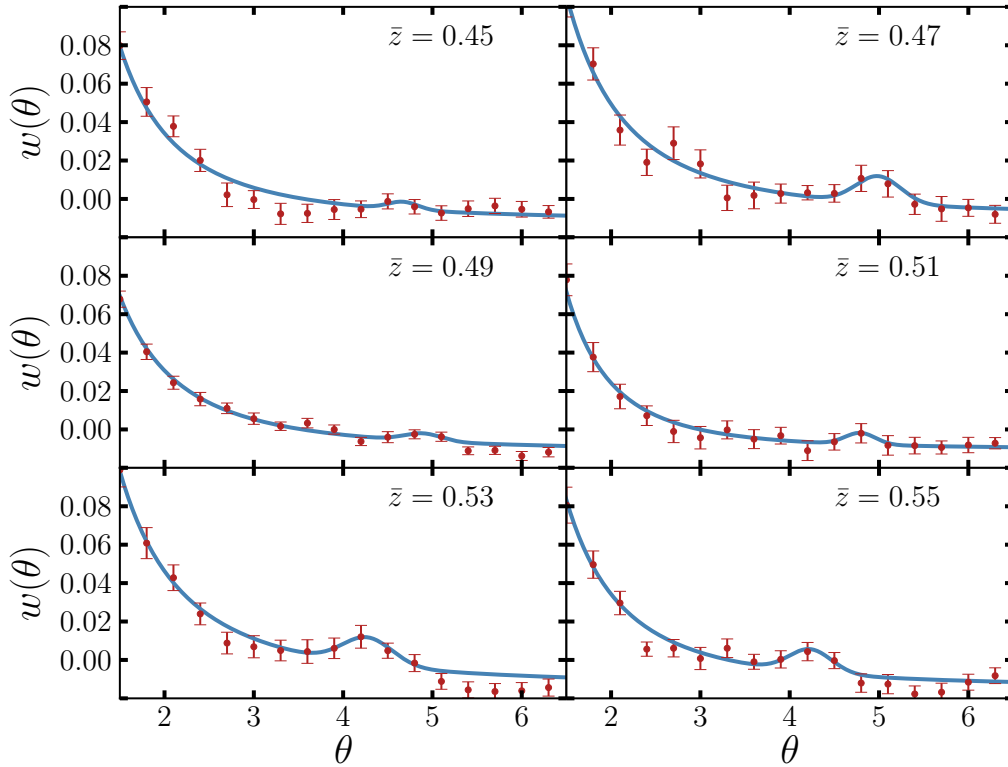


Figura 4.5: Função de correlação angular obtida utilizando  $N_b = 40$ . Os dados correspondem aos pontos vermelhos e o ajuste obtido utilizando a equação (4.4) à linha contínua azul.

### 4.3.1 Obtenção do valor $\theta_{FIT}$

Após a aplicação dos testes, obtemos a escala angular das OABs utilizando o método da referência [119], que parametriza a função de correlação como a soma de uma lei do potência e um pico modelado por uma Gaussiana centrada no valor da escala acústica  $\theta_{FIT}$ , ou seja,

$$w_{FIT}(\theta) = A + B\theta^\nu + Ce^{-\frac{(\theta - \theta_{FIT})^2}{2\sigma_{FIT}^2}}, \quad (4.4)$$

onde  $A, B, C, \nu$  e  $\sigma_{FIT}$  são parâmetros livres. O valor de  $C, \theta_{FIT}$  e  $\sigma_{FIT}$  fornece a amplitude, localização e largura do pico, respectivamente, enquanto os outros parâmetros são responsáveis pela lei de potência. Se  $\delta z = 0$ , o valor de  $\theta_{FIT}$  coincidiria com pico do caso ideal,  $\theta_{BAO}$ , obtido pelos dados sem ter que estabelecer uma escolha para um intervalo de redshift. Contudo, como temos que considerar  $\delta z \neq 0$ , o valor de  $\theta_{FIT}$  sofre um deslocamento devido aos efeitos de projeção (Veja figura 4.2). Conseqüentemente, a função de correlação dada pela equação Eq. (4.2) deve ser obtida para ambos os casos,  $\delta z = 0$  e  $\delta z \neq 0$ , de forma que possamos calcular o deslocamento no pico produzidos pelos efeitos de projeção. O fator de correção  $\alpha$  para um dado valor  $\theta_{FIT}$ , obtido utilizando a equação (4.4), possibilita o cálculo de  $\theta_{BAO}$ .

Modelos	$\omega_b$	$\omega_c$	$w_0$	$w_a$	$H_0^\dagger$
Referência	0,0226	0,112	-1	0	70
Variando $\omega_c$	0,0226	0,100	-1	0	70
	0,0226	0,140	-1	0	70
Variando a equação de estado	0,0226	0,112	-2	0	70
	0,0226	0,112	-0,8	0	70
	0,0226	0,112	-1	1	70
	0,0226	0,112	-1	-1	70
Variando $H_0$	0,0226	0,112	-1	0	65
	0,0226	0,112	-1	0	68
	0,0226	0,112	-1	0	72
	0,0226	0,112	-1	0	75

Tabela 4.2: Resumo dos modelos cosmológicos considerados em nossas análises.

Para obter o fator de correção  $\alpha$  vamos recorrer a função de correlação teórica dada pela equação (4.3), onde precisamos do espectro de potência da matéria  $P_m(k, z)$ . Devemos considerar diferentes modelos cosmológicos para verificar qual seria o fator de deslocamento  $\alpha$  para cada modelo. Para obter o  $P_m(k, z)$  utilizamos o CAMB disponível em <http://www.camb.info>, variando os parâmetros para diferentes modelos cosmológicos. Assumimos que a equação de estado da energia escura  $w(a)$  varia com o fator de escala  $a$  conforme  $w(a) = w_0 + w_a(1 - a)$ . Na análise, estamos considerando seis parâmetros

$$\{\omega_b, \omega_c, \Theta, \tau, \mathcal{A}_s, n_s\}, \quad (4.5)$$

onde  $\omega_b = \Omega_b h^2$  e  $\omega_c = \Omega_c h^2$  são as densidades da matéria bariônica e da matéria escura, respectivamente. O parâmetro  $\Theta$  é a razão entre o horizonte sonoro e a distância de diâmetro angular no descolamento, o parâmetro  $\tau$  é a profundidade óptica,  $\mathcal{A}_s$  é a normalização do espectro de potência primordial e  $n_s$  é o índice espectral. Estamos considerando condições iniciais adiabáticas, assumindo um universo plano e definindo a massa dos neutrinos igual a  $3,046 \text{ eV}$ . Utilizamos como base um modelo cosmológico de referência cujos valores dos parâmetros são dados por:  $\omega_b = 0,0226$ ,  $\omega_c = 0,112$ ,  $\Theta = 1,04$ ,  $\tau = 0,09$ ,  $\mathcal{A}_s e^9 = 2,2$ ,  $n_s = 0,96$  com  $H_0 = 100h \text{ km/s/Mpc}$ .

Para cada valor fixo  $z = \bar{z}_i$ , o espectro de potência fornecido pelo CAMB é uma função que varia com o valor  $k$  no intervalo  $[10^{-4} - 2,38] \text{ h/Mpc}$ . Utilizando esta relação, podemos calcular numericamente a integral na equação (4.3) e obter a função de correlação  $\xi_E(s; \bar{z}_i)$ . No cálculo da função de correlação angular teórica (Eq. 4.2), devemos considerar uma função de seleção  $\phi$  das galáxias que, no nosso caso, segue a distribuição *top-hat* para as diferentes cascas de redshift. Uma vez que integramos numericamente, encontramos o valor de  $w_E(\theta)$  em diferentes cascas de redshift com  $\bar{z}_i$  e largura  $\delta z$  (listados na tabela 4.3) e, conseqüentemente,



obtemos o valor  $\theta_E^{\delta z}$ . Da mesma forma, encontramos o valor de  $\theta_E^0$  considerando  $\delta z = 0$ . Assim, o fator  $\alpha$  pode ser obtido a partir da seguinte expressão

$$\alpha = \frac{\theta_E^0 - \theta_E^{\delta z}}{\theta_E^0}. \quad (4.6)$$

Portanto, o valor do  $\theta_{BAO}$  é dado por

$$\theta_{BAO}(z, \delta z) = \theta_{FIT}(z) + \alpha(z, \delta z)\theta_E^0(z). \quad (4.7)$$

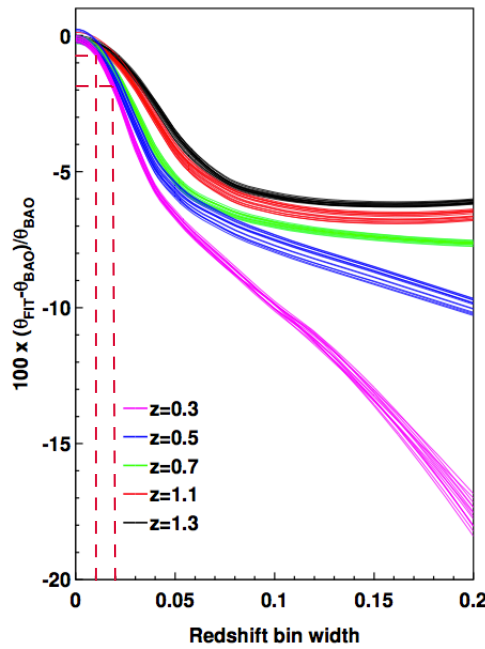


Figura 4.6: A figura acima mostra a diferença entre  $\theta_{FIT}$  e  $\theta_{BAO}$  varia em relação ao tamanho do intervalo de redshift, considerando diferentes redshift médios. O conjunto de curvas apresentados na mesma cor representam diferentes modelos cosmológicos. Indicamos com duas linhas tracejadas vermelhas os intervalos que utilizamos nas nossas análises. Figura retirada de [119].

Calculamos o fator  $\alpha$  para vários parâmetros cosmológicos (veja a tabela 4.2) para analisar sua dependência com o modelo cosmológico. Os valores encontrados estão apresentados na tabela 4.3. Obtemos valores muito próximos entre  $\theta_{FIT}$  e  $\theta_{BAO}$  para os diferentes modelos apresentados na tabela 4.2. Concluimos que o fator de deslocamento  $\alpha$  é aproximadamente independente dos parâmetros cosmológicos considerados, com uma diferença entre  $\theta_{FIT}$  e  $\theta_{BAO}$  menor do que 2,1%. Podemos observar que este comportamento deve-se ao fato da escolha de intervalos de redshift muito pequenos,  $\delta z \leq 0,02$ , assumidos na nossa análise. Quanto menor for o valor de  $\delta z$ , menor será o fator de deslocamento  $\alpha$ . Para uma melhor visualização, podemos observar o impacto de um valor  $\delta z$  muito pequeno na diferença entre  $\theta_{BAO}$  e  $\theta_{FIT}$  através da figura 4.6 adaptada de [119].

Após localizar o pico acústico e aplicar o fator  $\alpha$  nos 6 diferentes intervalos de redshift considerados, podemos obter a relação entre  $\theta_{BAO}$  e o redshift  $\bar{z}$ . As funções de correlação

finais e o ajuste dado pela equação (4.4) são mostrados na figura (4.5). As barras de erro são calculadas através 50 catálogos aleatórios contendo o mesmo número de galáxias do catálogo real, os mesmos utilizados na obtenção da função correlação (4.1) através das contagens  $DR(\theta)$  e  $RR(\theta)$ .

intervalo do $z$	$\bar{z}$	$\alpha$ (%)	$\theta_{FIT}$ (°)	$\theta_E^0(\bar{z})$ (°)	$\theta_{BAO}$ (°)	$\sigma_{BAO}$
0,440-0,460	0,45	2,0815	4,67	4,96	4,77	0,17
0,465-0,475	0,47	0,5367	4,99	4,77	5,02	0,25
0,480-0,500	0,49	2,0197	4,89	4,60	4,99	0,21
0,505-0,515	0,51	0,5002	4,79	4,44	4,81	0,17
0,525-0,535	0,53	0,4847	4,27	4,29	4,29	0,30
0,545-0,555	0,55	0,4789	4,23	4,16	4,25	0,25

Tabela 4.3: Estimativas de  $\theta_{BAO}(z)$  dos dados de LRGs fornecidos pelo SDSS DR10.

## 4.4 Vínculos Cosmológicos

Nesta seção vamos mostrar quais os valores dos parâmetros cosmológicos que melhor ajustam os valores  $\theta_{BAO}$  apresentado na tabela 4.3. A escala angular  $\theta_{BAO}$  obtida da função de correlação angular está relacionada à distância de diâmetro angular  $D_A(z)$  através de

$$\theta_{BAO}(z) = \frac{r_s(z_{\text{drag}})}{(1+z)D_A(z)}. \quad (4.8)$$

A distância de diâmetro angular, por sua vez, está associada ao modelo cosmológico através da equação (3.17). A escala acústica  $r_s \equiv r_s(z_{\text{drag}})$  pode ser obtida dos dados da RCF, que também apresenta uma dependência com o modelo. Os valores do  $r_s$  fornecido pelo Planck e pelo WMAP são iguais a  $100,29 \pm 2,26$  Mpc/h e  $106,61 \pm 3,47$  Mpc/h, respectivamente, com uma diferença aproximada de 6% entre eles. O comportamento do  $\theta_{BAO}$  para diferentes valores do parâmetro de densidade, fixando o valor de  $r_s$  dado pelo Planck e pelo WMAP, são apresentados na figura (4.7). Podemos observar que quanto maior o valor de  $\Omega_m$ , maior é o valor de  $\theta_{BAO}$ .

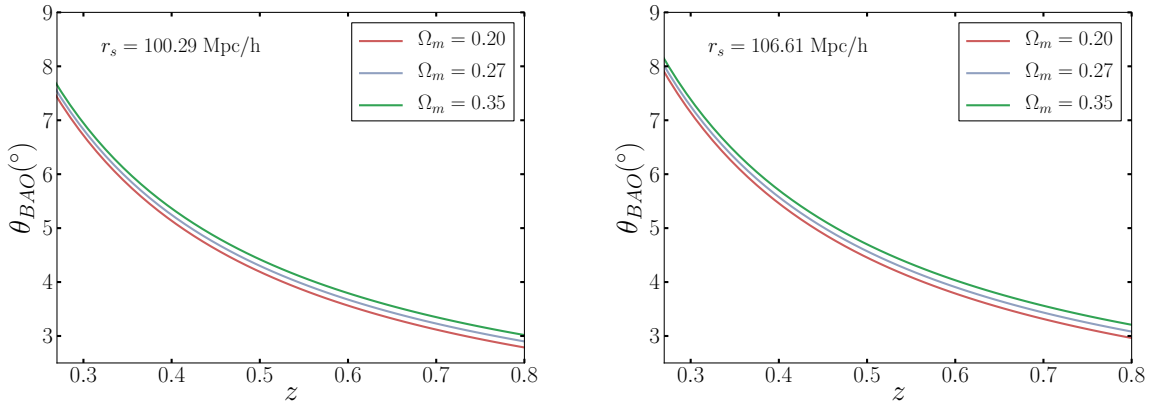


Figura 4.7: A figura acima mostra o comportamento do  $\theta_{BAO}$  em função de redshift considerando  $\Omega_m = 0,20; 0,27$  e  $0,35$ . Em cada gráfico fixamos o valor de  $r_s$  indicado na parte superior esquerda.

Da mesma forma, podemos visualizar o comportamento do valor de  $\theta_{BAO}(z)$  para diferentes valores de  $r_s$  e  $\Omega_m$ . Na figura (4.8) mostramos como  $\theta_{BAO}$  varia considerando diferentes valores de  $r_s$ . Podemos ver que, ao assumir valores de  $r_s$  com uma diferença de  $5\text{Mpc/h}$ , observamos um deslocamento considerável na curva  $\theta_{BAO}(z)$  para valores maiores de  $r_s$ .

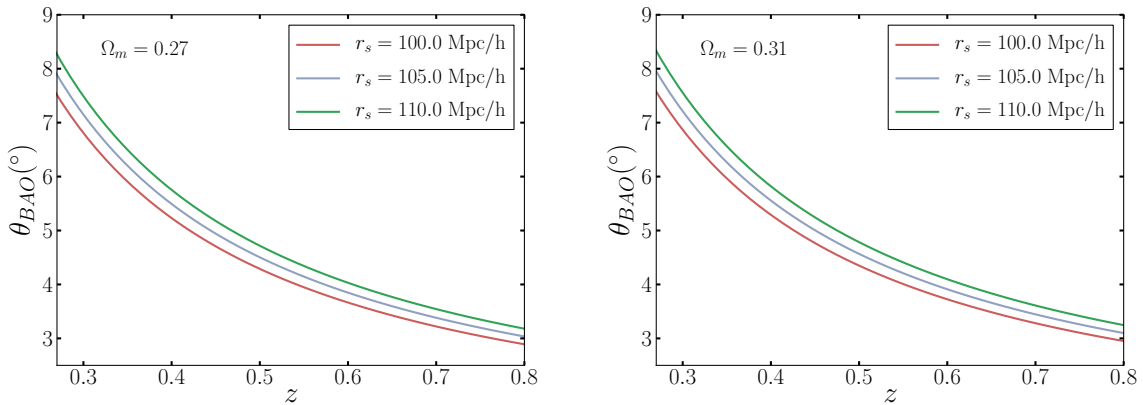


Figura 4.8: A figura acima mostra o comportamento do  $\theta_{BAO}$  em função de redshift considerando  $r_s = 100, 105$  e  $110\text{ Mpc/h}$ . Em cada gráfico acima fixamos o valor de  $\Omega_m$  indicado na parte superior esquerda.

Como mencionado anteriormente, para verificar a evolução da energia escura, vamos utilizar uma parametrização da equação de estado na forma  $w(a) = w_0 + w_a(1 - a)$ , onde  $a$  é o fator de escala e os parâmetros  $w_0$  e  $w_a$  são constantes. Modelos com  $w_a \neq 0$  são conhecidos como modelos  $w(a)\text{CDM}$ , enquanto modelos com  $w_a = 0$  e  $w = w_0$  constante são conhecidos como modelos  $w\text{CDM}$ . O modelo  $\Lambda\text{CDM}$  corresponde ao caso em que  $w_0 = -1$  e  $w_a = 0$ .

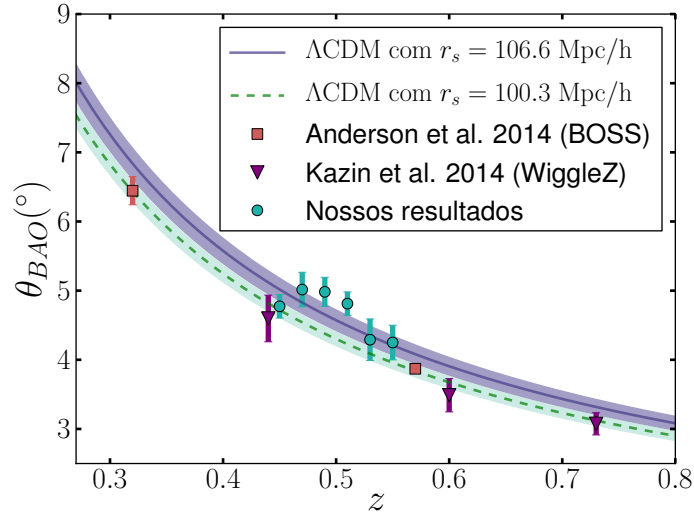


Figura 4.9: O gráfico mostra os pontos de  $\theta_{BAO}$  obtidos em nossas análises comparado com as curvas teóricas assumindo  $\Lambda$ CDM com  $\Omega_m = 0,27$  e diferentes valores de  $r_s$ . Colocamos os valores obtidos a partir da função de correlação espacial encontrados por outras referências apenas para ilustração.

A comparação entre os dados obtidos para  $\theta_{BAO}$  e as curvas teóricas são apresentados na figura (4.9). Colocamos como referência o modelo  $\Lambda$ CDM com  $\Omega_m = 0,27$  para  $r_s$  do Planck [4] ( $100,29 \pm 2,26$  Mpc/h) e WMAP [3] ( $106,61 \pm 3,47$  Mpc/h). A faixa preenchida corresponde ao  $\theta_{BAO}(z)$  obtido entre as barras de erro dos valores de  $r_s$ . Note que não há sobreposição entre os valores obtidos assumindo o  $r_s$  do Planck e do WMAP para um dado  $\Omega_m$  fixo. Então podemos dizer que existe uma tensão entre os dados do Planck e do WMAP para os valores de  $\theta_{BAO}(z)$ , ou seja, existe uma diferença significativa entre os dois valores independente do conjunto de dados utilizados na análise. Os dados obtidos em nossas análises apresentam uma concordância maior com os dados do WMAP. Por esse motivo, apresentamos nossos resultados fixando o valor do  $r_s$  fornecido pelo WMAP.

Para obter os vínculos sobre os parâmetros cosmológicos, combinamos os dados de  $\theta_{BAO}$  com os dados de um parâmetro adimensional obtido da RCF. Este parâmetro adimensional é conhecido como parâmetro de deslocamento (*shift parameter*, em inglês) e é definido como  $\mathcal{R} \equiv \sqrt{\Omega_m} \int_0^{z_{ls}} H_0/H(z) dz$ , onde  $z_{ls}$  é o redshift na última superfície de espalhamento. Podemos observar a tensão entre os valores do  $r_s$  para o Planck e o WMAP através da verossimilhança apresentada na figura (4.10), onde assumimos o modelo  $\Lambda$ CDM. Como os valores do Planck apresentam um  $r_s$  menor do que o WMAP, para compensar, o  $\chi^2$  mínimo corresponde a um valor maior de  $\Omega_m$ . A compensação no  $\Omega_m$  devido a escolha de um  $r_s$  menor pode ser melhor visualizada nas figuras (4.8) e (4.7).

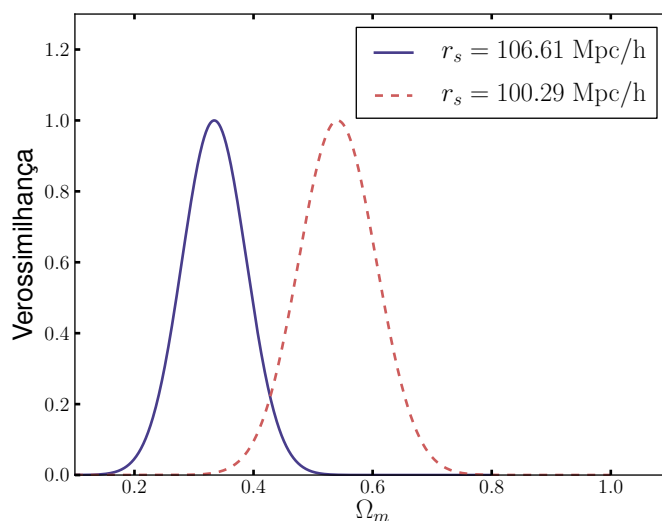


Figura 4.10: Verossimilhança para os dados do Planck e do WMAP assumindo o modelo  $\Lambda$ CDM .

Os contornos de confiança dos parâmetros  $\Omega_m$  e  $w_0$  considerando um modelo  $w$ CDM são apresentados na figura (4.11) à esquerda. O melhor ajuste neste caso é dado pelo  $\Omega_m = 0,29 \pm 0,02$  e  $w_0 = -0,91 \pm 0,08$  em 68.3% CL. Já os contornos de confiança dos parâmetros  $w_0$  e  $w_a$  para o modelo  $w(a)$ CDM apresentam um melhor ajuste correspondente à  $w_0 = -0.88 \pm 0.20$  e  $w_a = -0.22 \pm 0.9$  em 68.3% CL., apresentado na figura (4.11) à direita.

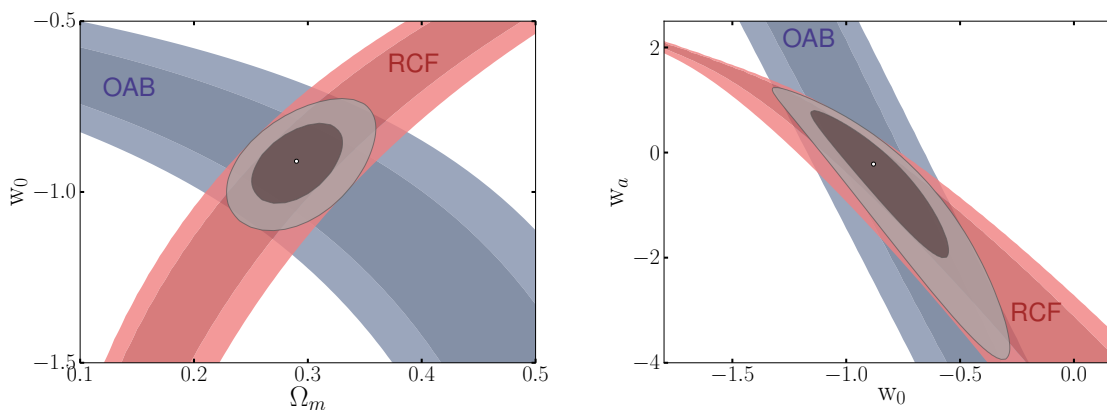


Figura 4.11: Vínculos sobre os parâmetros dos modelos  $w$ CDM e  $w(a)$ CDM. Os contornos azuis correspondem aos dados obtidos neste trabalho para  $1\sigma$  e  $2\sigma$  de confiança. Os contornos vermelhos estão relacionados aos dados de  $\mathcal{R}$  da RCF. Os contornos cinzas correspondem às regiões de confiança da análise conjunta.

Os dados de  $\theta_{BAO}$  (contornos azuis) são consistentes com uma grande variedade de valores de  $w_0$  e  $w_a$  com melhor ajuste compatível com cenários em que  $w < -1$ . Por outro lado, a combinação com os dados da RCF (contornos vermelhos) impõe limites mais restritos sobre os valores permitidos de  $w$ , favorecendo valores próximos à  $w \simeq -1.0$ . A análise combinada permite uma estimativa dos parâmetros ajustados com melhor precisão.

	$r_s$ (Mpc/h)
WMAP9	$106,61 \pm 3,47$
Planck	$100,29 \pm 2,26$
Nossas estimativas	$107,60 \pm 2,30$

Tabela 4.4: Diferença entre os valores do  $r_s$  dados pelo WMAP9 [3], Planck [4] e o valor obtido em nossas análises.

É importante reforçar que a escala acústica  $r_s$  tem um papel de extrema importância na análise do  $\theta_{BAO}$ . Como discutimos acima, a maior parte dos valores fornecidos de  $r_s$  são obtidos através dos dados da RCF (com exceção da medida relatada por [121]). Contudo, o fato de existir forte dependência de  $r_s$  na equação (4.8), nos permite impor vínculos sobre  $r_s$  assumindo um dado modelo cosmológico. Para o modelo  $\Lambda$ CDM, encontramos  $r_s = 101,2 \pm 11,8$  Mpc/h, que apresenta uma concordância tanto com o WMAP quanto com os valores do Planck e da referência [121]. Na figura (4.12) apresentamos o contorno de confiança assumindo  $\Omega_m = 0,295 \pm 0,034$  derivado dos dados de supernovas do tipo Ia [122]. Neste caso, encontramos  $r_s = 107,6 \pm 2,3$  Mpc/h que apresenta uma concordância com as estimativas do modelo  $\Lambda$ CDM fornecidos por WMAP e  $\sim 1,5\sigma$  fora do valor de  $r_s$  fornecido pelo Planck. Os valores do  $r_s$  fornecido pelos dados da RCF, juntamente com o valor obtido em nossa análise, são mostrados na tabela 4.4.

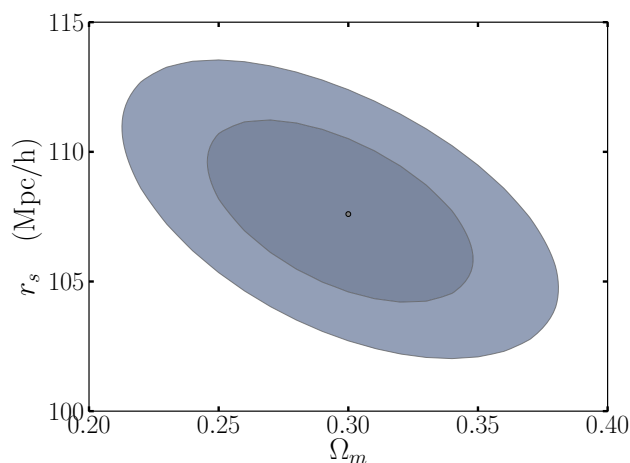


Figura 4.12: O plano  $\Omega_m - r_s$  para os dados de  $\theta(z)$  obtidos nesta análise assumindo que o valor estimado do  $\Omega_m$  dos dados recentes de supernovas tipo Ia [122].

## 4.5 Resumo

Neste capítulo, apresentamos as análises da função de correlação angular fracamente dependente de modelo, onde assumimos separações angulares entre os pares de galáxias, que não necessitam de uma suposição inicial do modelo cosmológico. Para tal, utilizamos o último conjunto de dados disponíveis publicamente pelo SDSS, que apresenta uma considerável

densidade de galáxias nas 6 cascas de redshift analisadas entre  $0.440 \leq z \leq 0.555$ . A espessura da casca,  $\delta z = 0,01$  e  $\delta z = 0,02$ , permitiu uma análise cautelosa da escala acústica transversal.

Embora a separação angular não exija a suposição inicial de um modelo cosmológico, precisamos introduzir um modelo a priori em duas partes da análise: a primeira relacionada ao deslocamento no pico devido aos efeitos de projeção e a segunda associada ao valor  $r_s$  estimado dos dados da RCF. Mesmo que só possamos obter o deslocamento no pico através da introdução de um modelo, esta contribuição se mostrou muito pequena  $\alpha \lesssim 2\%$  e tem um comportamento muito semelhante ao considerar diferentes modelos. Uma diferença de 2%, que resulta num deslocamento do pico menor do que  $0,1^\circ$ , é praticamente desprezível, sendo menor do que um terço do tamanho do menor intervalo  $\Delta\theta = 12^\circ/40 = 0,3^\circ$  utilizado no cálculo da função de correlação. Assim, concluímos que a principal fonte dependente do modelo cosmológico é o valor do  $r_s$  extraído dos dados da RCF. Entretanto, podemos utilizar essa dependência como uma forma de obter o melhor ajuste do valor  $r_s$  para um dado modelo cosmológico.

Utilizamos duas metodologias para identificar o pico correspondente a escala acústica transversal. Este procedimento para localizar o pico acústico é diferente daqueles empregados anteriormente na literatura. Além disso, ampliamos significativamente o número de pontos fornecido por dados reais obtidos em outras análises [117] ( $\theta_{BAO}(0,55) = 3,90^\circ \pm 0,38^\circ$ ). A análise dos dados reais apresentam uma dificuldade adicional, associada aos efeitos sistemáticos, em relação aos trabalhos que envolvem apenas análises dos dados simulados. A escolha das seis cascas de redshift extremamente finas ( $\delta z = 0,01$  e  $\delta z = 0,02$ ) só foi possível devido a alta densidade de galáxias fornecida pelo SDSS-DR10. As seis medidas obtidas para o valor de  $\theta_{BAO}$ , em conjunto com os dados da RCF, apresentaram os melhores ajustes dos parâmetros cosmológicos consistentes com o cenário  $\Lambda$ CDM.

# Estimativa dos Parâmetros Cosmológicos do Futuro Levantamento JPAS

---

O levantamento *Javalambre Physics of the Accelerated Universe Astrophysical Survey* (JPAS) será realizado no Observatório Javalambre na Espanha, composto por um telescópio principal de 2,5m e um telescópio de calibração de 0,80m. O objetivo do JPAS é mapear  $9 \times 10^7$  galáxias vermelhas luminosas e galáxias com linhas de emissão, incluindo também milhares de quasares. O volume efetivo, levando em consideração o ruído e a variância cósmica da amostra, corresponde à  $\sim 14 \text{ Gpc}^3$  até redshift  $z = 1,3$ , medido com precisão de  $\sigma_z = 0,003(1+z)$  [30].

A grande vantagem e inovação do JPAS é a realização de um grande mapeamento do universo através de 54 filtros de  $145\text{\AA}$  com baixo custo e agilidade na construção dos telescópios. O sistema de filtros possibilitará o estudo de uma variedade de observáveis e aplicações astrofísicas. Os catálogos do JPAS serão fundamentais para extrair com precisão o sinal acústico (transversal e radial).

Com o aumento considerável do número de galáxias mapeadas sobre uma grande porção do céu, devemos estar preparados para aprimorar a performance estatística da amostra, onde nosso principal objetivo é restringir os parâmetros cosmológicos de maneira precisa, conhecendo ao máximo as contribuições dos efeitos sistemáticos. Então é importante avaliar a priori qual é o impacto da configuração do levantamento (quantidade e tipos de objetos mapeados, volume a ser medido, intervalo e precisão do redshift, entre outros) nas estimativas dos parâmetros cosmológicos. Neste sentido, aplicamos um método conhecido como matriz de Fisher para obter as menores estimativas dos parâmetros cosmológicos que serão obtidos pelo JPAS. Para isto, utilizamos como base o espectro de potência teórico das galáxias e levamos em conta o viés, distorções no espaço de redshift e amortecimentos da escala não-linear. Além dos efeitos sistemáticos, devemos considerar a densidade numérica esperada das galáxias, o ruído e a variância cósmica da amostra.



## 5.1 Matriz de Fisher

O formalismo da matriz de Fisher é uma maneira prática de obter a precisão dos parâmetros cosmológicos de interesse  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_I\}$  a partir de um determinado conjunto de dados. No caso do mapeamento de galáxias, os dados correspondem a um vetor  $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$  com  $N$  dimensões, cujas componente  $x_i$  são flutuações na densidade numérica das galáxias relativo a um número médio. Podemos descrever  $\mathbf{x}$  como uma variável aleatória com probabilidade  $f(\mathbf{x}; \Theta)$  que depende conjunto de parâmetros de interesse  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_I\}^*$ . Sendo assim, a matriz de Fisher pode ser definida como

$$F_{ij} \equiv - \left\langle \frac{\partial^2 \ln f}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right\rangle = - \int \left( \frac{\partial^2 \ln f}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right) f(\mathbf{x}; \Theta) d\mathbf{x}. \quad (5.1)$$

A desigualdade de Cramér-Rao nos diz que os elementos da diagonal da matriz de Fisher fornece o limite inferior no erro dos parâmetros  $\theta_i$ , ou seja, [126, 64]

$$\Delta \theta_i \geq \frac{1}{\sqrt{F_{ii}}}. \quad (5.2)$$

Em resumo, podemos dizer que o inverso da matriz de Fisher  $\mathbf{F}^{-1}$  corresponde a menor matriz de covariância  $\mathbf{C}$  possível para medir os erros esperado nos parâmetros desejados, onde  $\text{diag } \mathbf{C} = \sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_I^2$ .

Vamos assumir que a distribuição  $f(\mathbf{x}; \Theta)$  é uma gaussiana para múltiplas variáveis cujos  $N$  valores médios são dados por  $\hat{\mathbf{x}} \equiv \langle \mathbf{x} \rangle$  e a matriz de covariância correspondente à  $\mathbf{C} \equiv \langle \mathbf{x} \mathbf{x}^t \rangle - \hat{\mathbf{x}} \hat{\mathbf{x}}^t$ , tal que

$$f(\mathbf{x}; \Theta) = \frac{1}{(2\pi)^n \sqrt{\det \mathbf{C}}} \exp \left[ -\frac{1}{2} (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})^t \mathbf{C} (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) \right]. \quad (5.3)$$

Neste caso, a matriz de Fisher da equação (5.1) toma a forma

$$F_{ij} = \frac{1}{2} \text{Tr} \left[ \mathbf{C}^{-1} \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \theta_i} \mathbf{C}^{-1} \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \theta_j} \right] + \frac{\partial \hat{\mathbf{x}}}{\partial \theta_i} \mathbf{C}^{-1} \frac{\partial \hat{\mathbf{x}}}{\partial \theta_j}. \quad (5.4)$$

Na equação acima utilizamos a relação  $\ln \det \mathbf{C} = \text{Tr}(\ln \mathbf{C})$  e também  $\partial \ln \mathbf{C} / \partial \theta_i = \mathbf{C}^{-1} \partial \mathbf{C} / \partial \theta_i$ .

Se for possível diagonalizar a matriz de covariância, o cálculo da equação acima é direto. No nosso caso, como estamos utilizando dados de levantamentos de galáxias onde o volume é limitado, a situação é um pouco mais complexa. Para obter a matriz de Fisher através da distribuição de galáxias, precisamos entender como a informação sobre os parâmetros cosmológicos se comporta em diferentes escalas, i.e., diferentes valores do número de onda  $k$  [125]. Como vimos anteriormente, este tipo de informação está contido no espectro de potência das galáxias. No entanto, a escala do levantamento deve ser grande o suficiente para conter as características do espectro.

\* Para uma discussão sobre as aplicações da matriz de Fisher veja [123, 64, 124, 125].

Vimos no capítulo 2 que o erro fracional no espectro de potência (equação 2.34) é uma combinação entre a limitação do volume do levantamento e a amostragem incompleta do campo de densidade subjacente [77]. Para verificar o poder estatístico do espectro de potência, podemos utilizar o tratamento de células no espaço de Fourier, cujo volume de cada modo independente  $dk$  pode ser aproximado por  $V_k = 2\pi k^2 dk d\mu$ , onde  $\mu = \hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{k}/|\mathbf{k}|$  corresponde ao cosseno do ângulo entre a direção da linha de visada  $\hat{\mathbf{r}}$  e o vetor de onda  $\mathbf{k}$ . O número de modos independentes que estamos considerando depende do volume do levantamento  $V_s$ , ou seja,  $N_k = V_k V_s / (2\pi)^3$ . Se o volume do levantamento é grande,  $N_k$  é grande e a escala de discretização  $dk$  é pequena comparada às regiões do espaço em que o espectro de potência é constante. Isso possibilita o cálculo da potência da banda através da média sobre um volume finito no espaço de Fourier (equação 2.32). Assim, levando em conta a equação (2.34), o ruído e a variância cósmica, teremos

$$\left[ \frac{P}{\sigma_P} \right]^2 = \frac{V_k}{2} \int d^3 \mathbf{r} \left[ \frac{n(\mathbf{r})P(k, \mu)}{1 + n(\mathbf{r})P(k, \mu)} \right]^2. \quad (5.5)$$

Se substituirmos

$$\hat{\mathbf{x}} = \hat{P}(k_n), \quad (5.6)$$

$$C_{mn} = \langle P(k_n)P(k_m) \rangle + \hat{P}(k_n)\hat{P}(k_m) = \frac{2}{V_k V_{\text{eff}}} \hat{P}(k_n)\hat{P}(k_m)\delta_{mn} \quad (5.7)$$

na equação da matriz de Fisher (5.4), encontramos

$$F_{ij} = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \int_{k_{\text{min}}}^{k_{\text{max}}} \frac{\partial \ln P(k, \mu)}{\partial \theta_i} \frac{\partial \ln P(k, \mu)}{\partial \theta_j} V_{\text{eff}} \frac{2\pi k^2 dk d\mu}{(2\pi)^3}, \quad (5.8)$$

onde volume efetivo do levantamento é dado por

$$V_{\text{eff}}(k, \mu) = \int \left[ \frac{n(\mathbf{r})P(k, \mu)}{1 + n(\mathbf{r})P(k, \mu)} \right]^2 d^3 \mathbf{r} = \left[ \frac{nP(k, \mu)}{1 + nP(k, \mu)} \right]^2 V_s. \quad (5.9)$$

Na última passagem assumimos que a densidade numérica de galáxias  $n$  não varia com a posição. Quando  $nP \gg 1$  podemos dizer que a amostra representa bem a amostra prevista pelo levantamento para derivar as informações cosmológicas, i.e.,  $V_{\text{eff}} \approx V_s$ . Já quando  $nP \ll 1$ , o volume efetivo é muito limitado de forma que  $V_{\text{eff}} \ll V_s$ .

Uma vez que conhecemos a densidade numérica de galáxias  $n$ , o volume do levantamento  $V_s$  e calculamos o espectro de potência, podemos obter as estimativas do limite inferior dos erros nos parâmetros cosmológicos de interesse utilizando a expressão (5.8). Podemos dividir a amostra em diferentes intervalos de redshift e verificar qual a contribuição de cada intervalo. Neste caso, a matriz de Fisher completa é dada pela soma da matriz de Fisher em cada intervalo de redshift [123, 127, 128, 129].

## 5.2 Contribuições do Espectro de Potência

Antes de aplicar o método da matriz de Fisher no mapa de galáxias esperado para o levantamento JPAS, devemos entender qual é a contribuição do modelo cosmológico no espectro de potência. Além disso, devemos levar em conta efeitos sistemáticos como viés e distorções no espaço de redshift, o erro na medida do redshift e o volume que será mapeado.

Podemos utilizar a expressão (5.8) para obter as estimativas dos parâmetros cosmológicos através de catálogos contendo diferentes tipos de galáxias (galáxias vermelhas luminosas, galáxias com linhas de emissão, entre outros). No entanto, cada um dos tipos de galáxias evolui de forma diferente e, conseqüentemente, apresenta viés diferente [130, 131, 132, 133]. Em resumo, podemos dizer que cada tipo de galáxias (também chamados de traçadores) representa diferentemente o campo densidade da matéria. Sendo assim, quando o catálogo apresenta diferentes traçadores do campo de matéria, é conveniente dividir a análise da matriz de Fisher para cada um dos tipos de galáxia presentes no catálogo [134, 135].

O modo de crescimento  $\delta_+(z)$  (equação 1.54) introduz uma dependência do redshift no espectro de potência. No caso da teoria evolução linear, a evolução do modo de crescimento  $\delta_+(z) = D(z)\delta_+(0)$  é introduzida no espectro de potência através da relação  $P(z, k) = D^2(z)P(0, k)$ , enquanto a evolução não-linear deve conter termos mais complexos [136, 137, 138, 96, 139, 140, 141, 142]. Vimos no capítulo 1 que o modo de crescimento  $\delta_+(z)$  (equação 1.54) evolui de acordo com o modelo cosmológico e, além disso, está associado à taxa de crescimento de estruturas  $f(z) = H^{-1}\dot{\delta}_+/\delta_+$  o que possibilita discriminar diferentes modelos de gravitação.

Como discutido no capítulo 2, os efeitos da escala não-linear surgem quando  $k_{nl} \sim 0, 1h/\text{Mpc}$ , que varia muito pouco com o redshift. No sentido de minizar os efeitos não-lineares de origem desconhecida e reduzir a incerteza na forma exata do espectro de potência não-linear, vamos introduzir um termo exponencial de amortecimento (fenomenológico) das escalas não-lineares. Infelizmente, o termo de amortecimento vai suprimir a informação sobre os parâmetros cosmológicos nessa escala [123].

A contribuição das distorções no espaço de redshift será incluída ao espectro de potência através do termo  $(1 + \mu^2 f(z))^2$ . Este termo é de extrema importância por estar associado diretamente com a taxa de crescimento de estruturas  $f(z) = \Omega_m^\gamma(z)$  que, por sua vez, está relacionado ao parâmetro  $\gamma$ , que é diferente para diferentes teorias de gravitação.

O erro na medida do redshift pode diminuir as informações fornecidas pelo espectro de potência na direção da linha de visada [143]. O deslocamento na direção radial  $\sigma_r$  devido ao erro na medida de redshift  $\sigma_z$  corresponde a  $\sigma_r = c H^{-1}\sigma_z$ . O JPAS prevê uma precisão de  $\sigma_z \leq 0,003(1 + z)$ , o que possibilitará a medida da escala acústica radial com a menor perda de informação possível [144]. Este erro na medida de redshift corresponde a uma escala comóvel aproximada de  $\sim 15\text{Mpc}/h$  no redshift  $z \simeq 0,5$ . No sentido de contabilizar essas incertezas em nossas análises, introduzimos o termo exponencial  $\exp(-k_{\parallel} c H^{-1} \sigma_z)$ , onde  $k_{\parallel}$  é a escala do vetor de onda na direção da linha de visada do sinal. Para as LRG temos que

$\sigma_{\text{LRG}} = 0,003(1+z)$ , para as ELG temos que  $\sigma_{\text{ELG}} = 0,0025(1+z)$  e para os quasares  $\sigma_{\text{Q}} = 0,0025(1+z)$  [30].

É importante ressaltar que o método da matriz de Fisher deve ser aplicado apenas para verificar o limite inferior dos erros nos parâmetros e não o melhor ajuste dos dados. No cálculo do espectro de potência teórico devemos utilizar como base um modelo fiducial. Então assumimos o modelo  $\Lambda$ CDM plano com  $h = 0,7$ ;  $\Omega_m = 0,27$ ;  $\Omega_b h^2 = 0,0223$  e  $n_s = 0,963$ . Novamente, utilizamos o software CAMB para calcular o espectro de potência da matéria  $P_m(z=0, k)$ , que não contém as contribuições mencionadas acima (distorções no espaço de redshift, amortecimento dos efeitos não-lineares e erro na medida do redshift).

O volume esférico médio, dada uma cosmologia, pode ser escrito em termos de uma componente radial  $r_{\parallel} = cH^{-1}\Delta z$  relacionada ao parâmetro de Hubble  $H(z)$  e outra componente transversal  $r_{\perp} = (1+z)D_A$  relacionada a distância de diâmetro angular  $D_A(z)$ , através da relação  $dV \equiv r_{\perp}^2 r_{\parallel}$ . O jacobiano entre os elementos de volume para um dado modelo cosmológico em relação ao modelo fiducial utilizado corresponde à  $dV_{\text{fid}}/dV = [D_{A,\text{fid}}^2(z)H(z)]/[D_A^2(z)H_{\text{fid}}(z)]$ . Já o número de onda  $k$  está relacionado ao número de onda no modelo fiducial da seguinte forma

$$k_{\parallel} = k_{\parallel\text{fid}} \frac{H(z)}{H_{\text{fid}}(z)}, \quad k_{\perp} = k_{\perp\text{fid}} \frac{D_{A,\text{fid}}(z)}{D_A(z)}, \quad (5.10)$$

onde  $k^2 = k_{\parallel}^2 + k_{\perp}^2$  e  $\mu = k_{\parallel}/k$ .

Também podemos decompor a escala não-linear em uma parte radial e outra transversal. A parte radial, que é a direção mais distorcida pela velocidade peculiar, contém contribuições da taxa de crescimento de estruturas  $f(z)$  na forma  $\Sigma_{\parallel} = D(z)(1+f(z))\Sigma_0$  e outra parte transversal onde incluímos apenas o modo que crescimento  $\Sigma_{\perp} = D(z)\Sigma_0$ , onde assumimos que  $\Sigma_0 = 10\text{Mpc}/h$  [19].

Incluindo as distorções no espaço de redshift, o viés  $b(z)$  e o ruído  $P_n = 1/n$  no espectro de potência da matéria  $P_m(z=0, k)$ , encontramos a expressão do espectro de potência observável das galáxias [123, 128, 129]

$$P_g(k, \mu, z) = \frac{D_{A,\text{fid}}^2(z)H(z)}{D_A^2(z)H_{\text{fid}}(z)} b(z)^2 (1 + \mu^2 f(z))^2 D^2(z)P_m(z=0, k) + P_n \quad (5.11)$$

e, conseqüentemente, a matriz de Fisher (5.8) toma a forma

$$F_{ij} = \frac{1}{2} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \int d^3r \frac{\partial \ln P_g(k, \mu, z)}{\partial \theta_i} \frac{\partial \ln P_g(k, \mu, z)}{\partial \theta_j} \times \left[ \frac{n(r)P_g(k, \mu, z)}{1 + n(r)P_g(k, \mu, z)} \right]^2 e^{-k\mu^2 c \sigma_z/H} e^{-k^2 \Sigma_{\perp}^2 - k^2 \mu^2 (\Sigma_{\parallel}^2 - \Sigma_{\perp}^2)}. \quad (5.12)$$

Vamos obter a matriz de Fisher para  $N$  intervalos de redshift igualmente espaçados com  $\delta z = 0,2$  variando com  $z_N = 0, 1 + N\delta z$ . Como cada conjunto de observáveis se estende

a redshift diferentes, vamos considerar:  $N = 5$  para LRGs,  $N = 6$  para ELGs e  $N = 19$  para quasares. Teremos então um conjunto de parâmetros avaliados que variam com o redshift  $\Theta_z = \{H(z_N), D_A(z_N), f(z_N), b(z_N), P_n(z_N)\}$ , definidos anteriormente, e outro conjunto de parâmetros fixos que iremos chamar de parâmetros globais  $\Theta_g = \{h, w_c, w_b, \Omega_k, n_s, A_s, m_\nu\}$ . Os parâmetros globais são: o parâmetro de Hubble hoje dividido por 100,  $h$ , o parâmetro de densidade físico da matéria escura,  $w_c$ , o parâmetro de densidade físico da matéria bariônica,  $w_b$ , o parâmetro de curvatura,  $\Omega_K$ , o índice espectral,  $n_s$ , a amplitude do espectro primordial,  $A_s$ , e a massa do neutrino,  $m_\nu$ .

O viés considerado em nossas análises corresponde à  $b_{LRG} = 1,8$  para LRGs,  $b_{ELG} = 0,9 + 0,4z$  para ELGs e  $b_Q = 0,5 + 0,3(1+z)^2$  para quasares [145]. Além disso, para limitar os intervalos permitidos para os parâmetros que afetam a forma do espectro de potência, combinamos a matriz de Fisher obtida em nossas análises com a matriz de Fisher da RCF fornecida por [146].

### 5.3 Estimativas dos Parâmetros Cosmológicos

Utilizando o conjunto de parâmetros de interesse  $\Theta = \Theta_z + \Theta_g$ , podemos aplicar o método da matriz de Fisher e obter os valores de  $[\mathbf{F}^{-1}]_{ii} = \sigma_H^2, \sigma_{D_A}^2, \dots, \sigma_{m_\nu}^2$ . Antes disto, devemos levar em conta a densidade de galáxias  $n$  esperadas em cada intervalo de redshift considerado. A figura (5.1) mostra os histogramas densidade de galáxias (em unidades de  $h^3/\text{Mpc}^3$ ) para LRGs, ELGs e quasares. A densidade de quasares utilizada tem como base a referência [147]. O histograma dos quasares foi apresentado separadamente porque a ordem de grandeza da densidade dos quasares é  $10^3$  vezes menor do que a densidade das galáxias. Podemos observar que a densidade considerável das LRGs e ELGs somente se estendem à redshift  $z = 0,9$ , enquanto os quasares permitem uma análise até redshift maiores, em torno de  $z \sim 2$ .

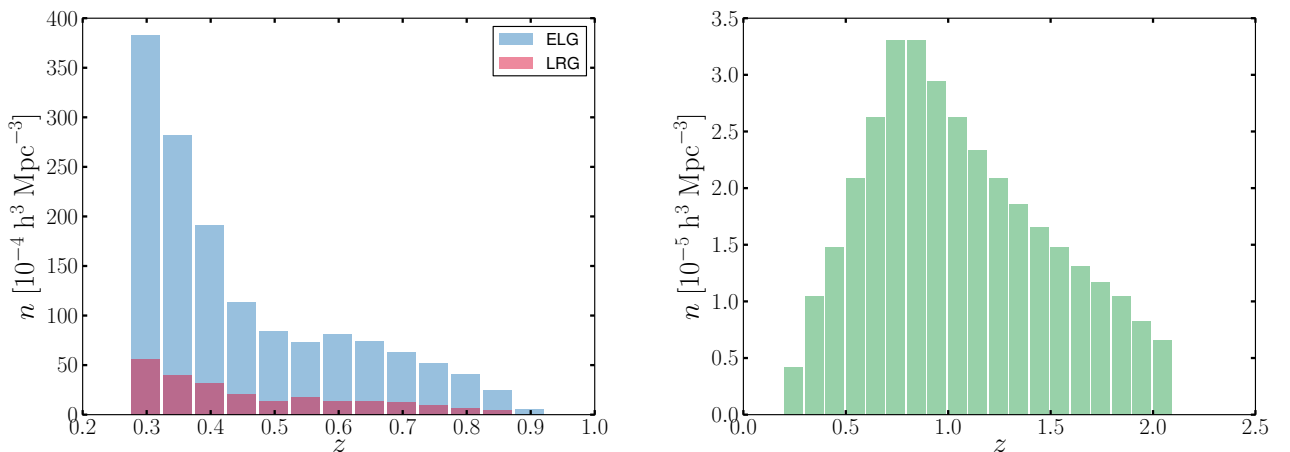


Figura 5.1: Histograma das galáxias esperadas no mapeamento do JPAS. As barras vermelhas corresponde à LRGs, as barras azuis à ELGs e as barras verdes à quasares.

Uma vez obtida o número de galáxias esperadas para o JPAS e o espectro de potência (5.11), encontramos o volume efetivo através da equação (5.9). Na figura podemos ver como o volume

efetivo, obtido para as especificações do levantamento JPAS, varia com  $\log_{10} k$ . Para o valor  $\mu = 1.0$ , o volume efetivo do levantamento é um pouco maior. Isso reflete o impacto do termo associado às distorções no espaço de redshift no volume efetivo.

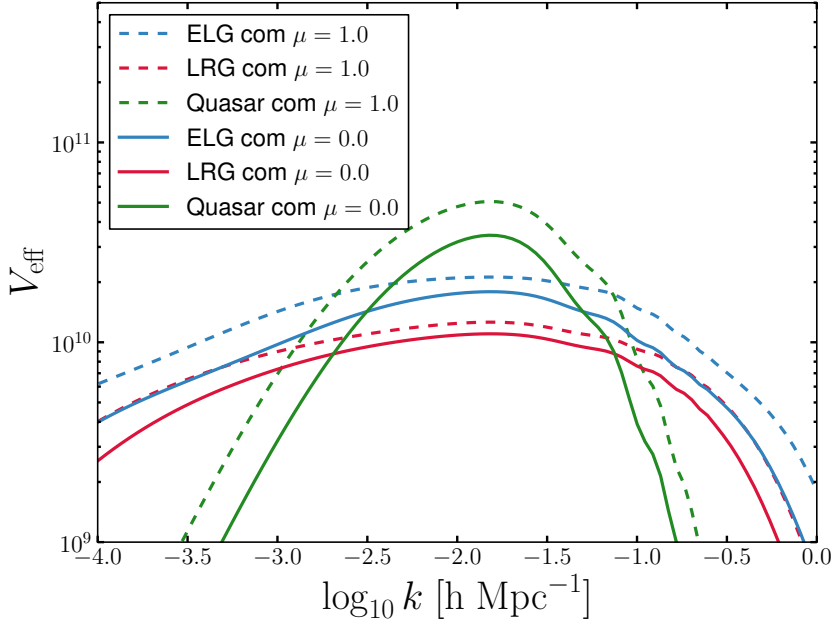


Figura 5.2: Volume efetivo para as LRGs, ELGs e quasares esperados do levantamento JPAS.

Para encontrar os parâmetros finais relacionados a energia escura, devemos marginalizar sobre alguns parâmetros considerados anteriormente. Se  $f(p_1, p_2)$  é a distribuição de probabilidade conjunta dos parâmetros  $p_1$  e  $p_2$ , então a distribuição de probabilidade de  $p_1$  independente dos valores de  $p_2$  é dada pela marginalização  $f(p_1) = \int f(p_1, p_2) dp_2$ . No caso da matriz de covariância, a marginalização corresponde a eliminação da linha e da coluna associada ao parâmetro que desejamos marginalizar [124].

Note que a equação de estado  $w(z)$  da energia escura não está explícita no conjunto de parâmetros avaliados, somente como dependência implícita dos parâmetros  $H(z)$ ,  $D_A(z)$  e  $f(z)$ . Para obter os menores erros nos parâmetros da equação de estado da energia escura, vamos considerar a parametrização CPL ( $w(z) = w_0 + w_a z / (1 + z)$ ) e seguir o algoritmo proposto por [123]:

1. Primeiro devemos encontrar a matriz de Fisher para o conjunto de parâmetros  $\Theta = \Theta_z + \Theta_g$ , que chamaremos de  $F_{EGE}$ .
2. Combinamos a matriz  $F_{EGE}$  com a matriz de Fisher da RCF representada por  $F_{RCF}$ .
3. Uma vez que obtemos a matriz de Fisher completa ( $F_{EGE} + F_{RCF}$ ), devemos invertê-la para extrair os erros nos parâmetros através dos elementos da diagonal da matriz de covariância.
4. Marginalizamos sobre os parâmetros globais e, também, sobre o viés  $b(z)$  e o ruído  $P_n$  que apresentam uma forma incerta.

5. Invertemos a matriz de covariância para obter a matriz de Fisher marginalizada  $\bar{F}_{DE,mn}$  e projetamos sobre os parâmetros finais  $h, \Omega_\Lambda, w_0$  e  $w_a$  através de

$$\bar{F}_{DE,ij} = \sum_{mn} \frac{\partial \theta_m}{\partial q_i} \bar{F}_{DE,mn} \frac{\partial \theta_n}{\partial q_j}, \quad (5.13)$$

onde os índices  $i$  e  $j$  estão relacionados aos parâmetros finais.

5. Então invertemos novamente para obter a matriz de covariância e os erros nos parâmetros finais  $\text{diag}(\bar{C}_{DE}) = (\sigma_h^2, \sigma_{\Omega_\Lambda}^2, \sigma_{w_0}^2, \sigma_{w_a}^2)$ . Todo o procedimento é ilustrado na figura (5.3).

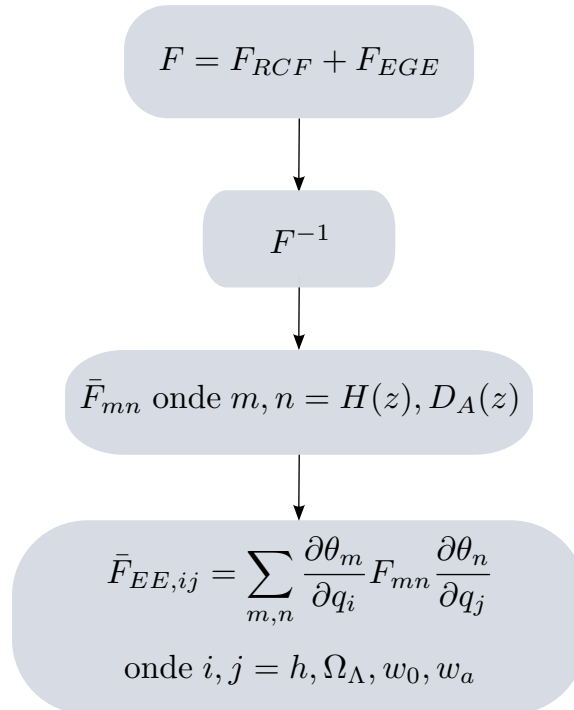


Figura 5.3: Algoritmo proposto por [123] para obter as estimativas dos parâmetros da energia escura.

Antes de projetar a matriz de Fisher, calculamos os erros fracionais  $\sigma(D_A)/D_A$  e  $\sigma(H)/H$  para cada intervalo de redshift considerado (veja tabela 5.1). Na figura (5.4) mostramos como os erros fracionais se comportam em diferentes redshifts. Colocamos duas curvas que representam  $(D_A(z) - D_{A,\text{fid}})/D_{A,\text{fid}}$  e  $(H(z) - H_{\text{fid}})/H_{\text{fid}}$  para comparar a diferença entre o modelo fiducial utilizado na análise e outros dois modelos: um com  $w_0 = -0,9$  e  $w_a = 0$  (linha pontilhada) e com  $w_0 = -1,0$  e  $w_a = -0,3$  (linha contínua com pontos). Se a curva correspondente a diferença entre os dois modelos está acima ou abaixo das barras associadas ao erro, podemos dizer que os erros na medida do parâmetro possibilita a restrição do melhor modelo entre eles.

$z$	LRGs		ELGs		Quasares	
	$\sigma(D_A)/D_A$	$\sigma(H)/H$	$\sigma(D_A)/D_A$	$\sigma(H)/H$	$\sigma(D_A)/D_A$	$\sigma(H)/H$
0,3	0,0253	0,0625	0,02308	0,04892	0,89022	0,96223
0,5	0,0156	0,0384	0,01393	0,02989	0,21887	0,25349
0,7	0,0115	0,0280	0,01004	0,02173	0,11306	0,13879
0,9	0,0147	0,0287	0,01213	0,02171	0,06527	0,08566
1,1	0,0681	0,0922	0,01795	0,02690	0,04435	0,06181
1,3	-	-	0,01462	0,02243	0,03159	0,04677

Tabela 5.1: Estimativas para  $\sigma(D_A)/D_A$  e  $\sigma(H)/H$  até redshift  $z = 1, 3$ .

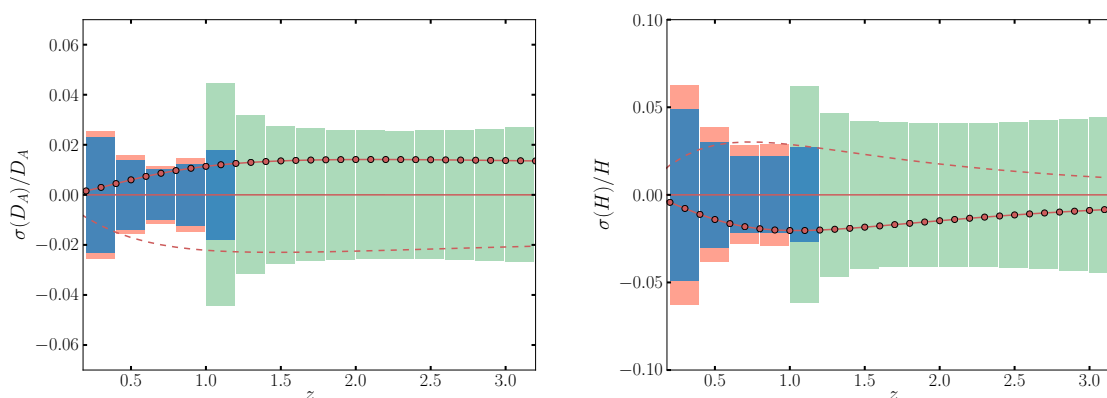


Figura 5.4: A figura mostra o erro fracional  $\sigma(D_A)/D_A$  e  $\sigma(H)/H$  relativo ao modelo fiducial utilizado ( $\Lambda$ CDM plano) para LRGs (barras vermelhas), ELG (barras azuis) e quasares (barras verdes). As curvas mostram a diferença entre o modelo fiducial e os modelos com  $w_0 = -0,9$  e  $w_a = 0$  (linha pontilhada) e com  $w_0 = -1,0$  e  $w_a = -0,3$ .

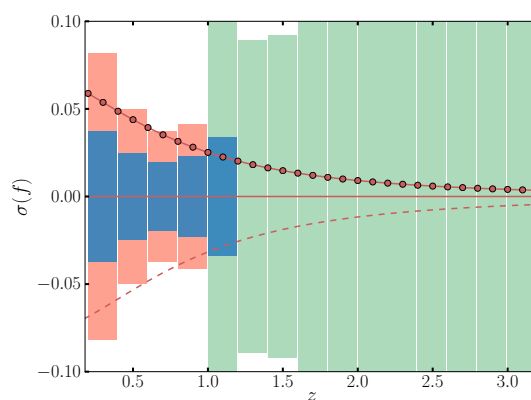


Figura 5.5: A figura acima mostra o erro na taxa de crescimento de estruturas  $\sigma(f)$  relativo ao modelo fiducial utilizado para LRGs (barras vermelhas), ELG (barras azuis) e quasares (barras verdes). As curvas mostram a diferença entre o modelo fiducial  $\gamma = 0,55$  e os modelos com  $\gamma = 0,68$  (linha pontilhada) e com  $\gamma = 0,45$ .



Após a aplicação do método acima, encontramos as estimativas para os parâmetros da energia escura indicado na tabela (5.2). Para verificar o impacto dos erros na análise de dados é muito comum o uso da *figura de mérito* (sigla FoM, em inglês). Em geral, a FoM é definida como uma quantidade proporcional ao inverso da área da região com 68,3%(1 $\sigma$ ) no contorno de confiança. Então quanto maior for a FoM, menor será a região do contorno de confiança e os parâmetros envolvidos serão mais restritos. Na figura (5.6) podemos ver o valor da  $FoM \equiv 1/\sqrt{\det F^{-1}}$ , para cada intervalo de redshift, considerando os parâmetros da energia escura  $w_0$  e  $w_a$ . Na tabela 5.2 podemos ver que a FoM das LRGs alcançam um limite superior de 281,29. Como este valor é maior do que a FoM obtida por levantamentos atuais, isso garante que os dados do JPAS podem aprimorar as estimativas atuais. Para comparação, os dados do BOSS combinados com os dados da RCF e das SNIa, forneceram uma  $FoM \simeq 25$  [148]. Então o JPAS pode impor vínculos sobre os parâmetros da energia escura com um impacto de 11 vezes o valor da FoM obtida para levantamentos atuais.

	$\sigma_{w_0}$	$\sigma_{w_a}$	FoM
ELGs	0,056	0,194	560,73
LRGs	0,092	0,310	281,39
Quasares	0,066	0,269	318,74

Tabela 5.2: Estimativas dos parâmetros da energia escura.

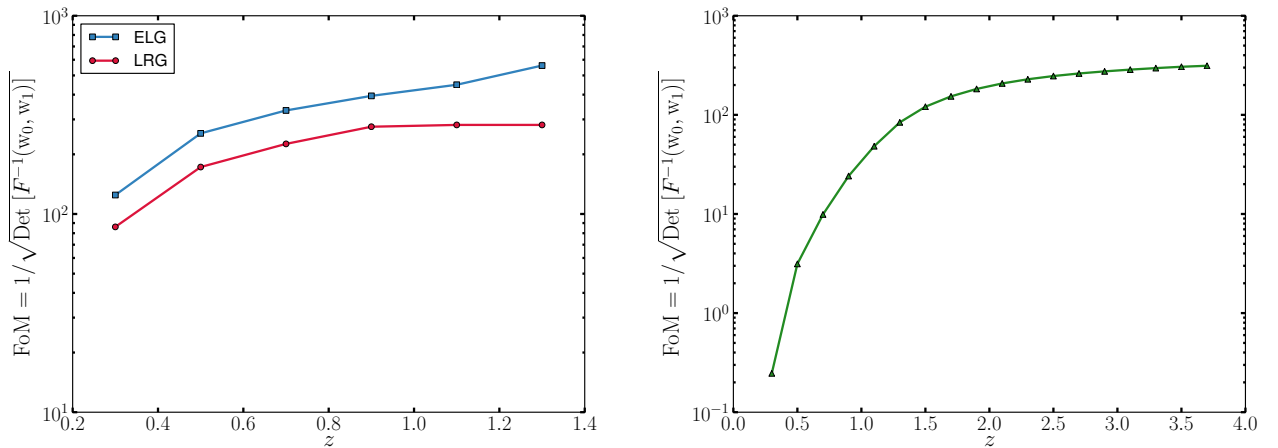


Figura 5.6: Figura de mérito para os parâmetros da equação de estado  $w_0$  e  $w_a$ . No gráfico da esquerda estão as FoMs referentes às LRGs e às ELGs e no gráfico da direita está a FoM referente aos quasares.

Além das estimativas dos parâmetros da energia escura, podemos observar o comportamento dos erros associados a taxa de crescimento de estruturas  $f = \Omega_m(z)^\gamma$ . Apresentamos na figura (5.5) o comportamento do  $\sigma(f)$  relativo ao modelo fiducial utilizado ( $\Lambda$ CDM plano). Para comparação introduzimos a diferença entre o modelo fiducial, onde  $\gamma = 0,55$  (RG), com os modelos em que  $\gamma = 0,68$  (DGP) e  $\gamma = 0,45$  (próximo dos valores correspondente a algumas

formas das teorias  $f(R)$  <sup>†</sup>.

Os contornos de confiança para os parâmetros finais são encontrados na figura (5.7), assim podemos observar o comportamento esperado entre os parâmetros de interesse e a área mínima para  $1\sigma$  de confiança. Note que estes contornos são simétricos devido a forma da matriz de Fisher.

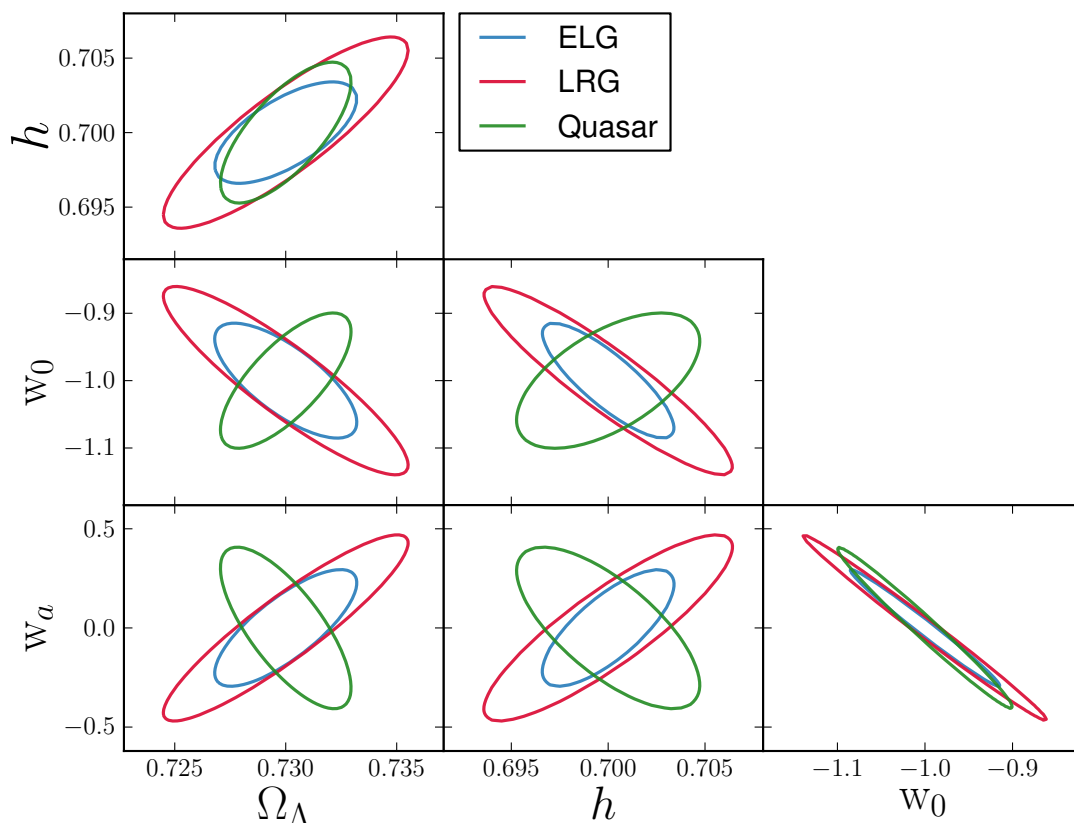


Figura 5.7: Contornos de 68,3% de confiança para os parâmetros finais.

Os erros mínimos calculados para o levantamento JPAS indicam uma melhoria significativa nas estimativas dos parâmetros da energia escura. Desta forma, podemos dizer que o levantamento JPAS terá um papel fundamental nos estudos de oscilações acústicas bariônicas e distorções no espaço de redshift, fornecendo nos próximos anos um mapeamento de um grande número de galáxias com uma excelente precisão na medida do redshift.

## 5.4 Resumo

Neste capítulo, utilizamos o método da matriz de Fisher para obter as estimativas dos parâmetros cosmológicos para futuro levantamento JPAS. No caso da distribuição de galáxias,

<sup>†</sup> Os valores de  $\gamma$  para a teoria de gravitação proposta por [149] com  $\Omega_m = 0,32$  corresponde a  $\gamma = 0,4$  e para  $\Omega_m = 0,23$  corresponde a  $\gamma = 0,43$  [150].

todas as informações cosmológicas estão presentes no espectro de potência que descreve o perfil de densidade em diferentes escalas do comprimento de onda. Para obter o espectro de potência através da distribuição em grande escalas, levamos em conta as limitações do mapeamento da amostra como ruído e variância cósmica, bem como efeitos sistemáticos. Desta forma, introduzimos contribuições das distorções no espaço de redshift, amortecimentos da escala não linear, viés e o erro nas medidas do redshift. Uma vez que calculamos o espectro de potência das galáxias, encontramos a matriz de Fisher para um conjunto de parâmetros cosmológicos seguindo o algoritmo proposto por [123]. Assim, encontramos erros mínimos nos parâmetros cosmológicos através dos elementos da diagonal da inversa da matriz de Fisher. Vimos que as previsões para as estimativas do JPAS indicam uma melhoria considerável na restrição dos parâmetros cosmológicos em relação aos levantamentos atuais.

# Conclusões e Perspectivas

---

É notável a importância do mapeamento das estruturas em grande escala nas estimativas dos parâmetros cosmológicos. Tal importância tem motivado grandes esforços no mapeamento centenas de milhares de galáxias durante a última década. Levantamentos como 6dF, SDSS e WiggleZ possibilitaram estudos cada vez mais precisos sobre o crescimento das estruturas em grande escala e das oscilações acústicas bariônicas. No entanto, ainda é necessário alcançar um volume suficiente para reduzir a variância cósmica da amostra e, ao mesmo tempo, minimizar o ruído e o erro na medida do redshift. Além disso, é necessário um conhecimento ainda mais robusto sobre os efeitos sistemáticos que afetam a performance estatística da análise. Um dos maiores desafios dos futuros levantamentos é, portanto, o desenvolvimento de uma base estatística e teórica ainda mais consistente para aprimorar o entendimento sobre os processos físicos que ocorrem na formação das grandes estruturas e compará-los às observações.

Vimos que as OABs fornecem uma escala característica entre os pares de galáxias que pode ser medida através de um pico na função de correlação de dois pontos. Esta escala pode impor vínculos sobre o parâmetro de Hubble e sobre a distância de diâmetro angular, funcionando como uma espécie de régua padrão da cosmologia. Entretanto, o conceito de escala acústica bariônica exige uma análise conjunta com os dados da RCF. A escala  $r_s$ , fornecida pelo espectro de potência da matéria obtido da RCF, não é exatamente a mesma escala obtida da função de correlação das galáxias. Isso ocorre porque os fótons desacoplam dos bárions antes que os bárions desacoplem do arrastar dos fótons. Essa diferença é calculada através de códigos numéricos sofisticados para resolver a equação de Boltzmann com alta precisão utilizando um modelo cosmológico.

Dada a importância da escala acústica na restrição dos modelos cosmológicos, analisamos a função de correlação angular das LRGs fornecidas pelo DR10-SDSS para obter o sinal acústico transversal entre  $0.440 \leq z \leq 0.555$ . Diferentemente da análise que inclui o sinal radial, a função de correlação angular envolve apenas separações angulares que não necessitam da suposição inicial de um modelo cosmológico. No entanto, devemos levar em conta duas fontes de dependência com a cosmologia em nossa análise. Uma no cálculo do deslocamento produzido pelos efeitos de projeção, que é praticamente desprezível ( $\alpha \leq 2\%$ ). A outra corresponde à medida ou estimativa de  $r_s$  fornecido pela RCF.

Como discutido no capítulo 4, a função de correlação angular apresenta muitos ruídos, possivelmente provocados por efeitos sistemáticos. Sendo assim, aplicamos uma nova metodologia para identificar o pico acústico e medimos 6 pontos para  $\theta_{BAO}$  correspondente às 6 cascas de redshift analisadas. Tal amostra aumenta significativamente o número de pontos atualmente disponíveis na literatura para a escala acústica transversal obtidos diretamente da função correlação angular. Em seguida, utilizamos os 6 pontos de  $\theta_{BAO}$  para impor vínculos nos parâmetros cosmológicos. Encontramos os melhores ajustes dos parâmetros condizentes com o cenário  $\Lambda$ CDM. Além disso, uma vez que fixamos o modelo  $\Lambda$ CDM, derivamos uma estimativa para o valor de  $r_s$  utilizando os dados recentes de  $\Omega_m$  obtidos por SNIa, isto é,  $r_s = 107,6 \pm 2,3$  Mpc/h, o que está em boa concordância com os dados do WMAP.

Um último aspecto que vale a pena ressaltar é a possibilidade de utilizar os dados de  $\theta_{BAO}$  obtidos em nossas análises para estimar outros parâmetros relevantes como a atual taxa expansão  $H_0$  e, também, o número e espécies de neutrinos. Essas estimativas são possíveis utilizando o cálculo da correção  $\alpha$  para uma dada cosmologia.

Para verificar qual será a melhoria nas estimativas dos parâmetros assumindo a configuração do futuro levantamento JPAS, utilizamos a técnica da matriz de Fisher que fornece o limite inferior dos erros nos parâmetros (Cap. 5). O método da matriz de Fisher foi aplicado ao espectro de potência das galáxias que contém as principais características do crescimento das estruturas. Na construção do espectro de potência, levamos em conta o número esperado de galáxias, o volume que será mapeado, o erro previsto para medida no redshift, o viés dos traçadores (LRGs, ELGs e Quasares) e as distorções no espaço de redshift. Como a forma do espectro não linear é incerta, incluímos um termo exponencial para amortecer a escala não linear. Os vínculos derivado apresentam um aumento considerável de 11 vezes o valor atual da FoM (definida como o inverso da área do contorno de  $1\sigma$ ) para os parâmetros da energia escura, indicando uma alta precisão dos dados futuros do JPAS. O mapa de galáxias que será fornecido pelo JPAS, possibilitará medidas da escala acústica transversal e radial, bem como estudos sobre distorções no espaço de redshift.

Finalmente, obtivemos ainda estimativas dos principais parâmetros cosmológicos tanto a partir dos dados atuais quanto de dados simulados para futuros levantamentos utilizando métodos estatísticos como a função de correlação de dois pontos e o espectro de potência. Existem muitos detalhes para serem explorados através do mapa de galáxias, como escala não linear e distorções no espaço de redshift. Em particular, este último efeito é de extrema importância uma vez que ele fornece a taxa de crescimento de estruturas que é fundamental para restringir as teorias de gravitação. Os principais trabalhos sobre distorções no espaço de redshift assumem uma simplificação do espectro de potência teórico das galáxias [85]. Nestas análises, consideram-se pares galáxias separados por distâncias muito menores do que a posição das mesmas. Essa aproximação é conhecida como aproximação plano-paralela. Ao utilizar dados mapeados por futuros levantamentos, onde atingiremos escalas angulares maiores com uma densidade maior de galáxias, esperamos teoricamente que a aproximação plano-paralela falhe. Como perspectiva, pretendemos analisar o efeito das distorções no espaço de redshift de uma maneira mais conservadora, assumindo separações angulares no termo que inclui esses efeitos no espectro de potência. Estudaremos o impacto da quebra da aproximação plano-paralela nas estimativas da taxa de crescimento e dos parâmetros cosmológicos.

---

## Referências Bibliográficas

---

- [1] P. de Bernardis *et al.* A flat Universe from high-resolution maps of the cosmic microwave background radiation. *Nature*, 404:955–959, 2000.
- [2] E. Komatsu *et al.* Seven-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation. *The Astrophysical Journal Supplement*, 192:18, 2011.
- [3] G. Hinshaw *et al.* Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Parameter Results. *The Astrophysical Journal Supplement*, 208:19, 2013.
- [4] P. A. R. Ade *et al.* Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters. 2015 arxiv:1502.01589.
- [5] A. G. Riess *et al.* Type ia supernova discoveries at  $z > 1$  from the hubble space telescope: Evidence for past deceleration and constraints on dark energy evolution. *The Astrophysical Journal*, 607:665–687, 2004.
- [6] P. Astier *et al.* The Supernova Legacy Survey: measurement of  $\Omega_M$ ,  $\Omega_\Lambda$  and  $w$  from the first year data set. *Astronomy & Astrophys.*, 447:31–48, 2006.
- [7] M. Sullivan *et al.* SNLS3: Constraints on Dark Energy Combining the Supernova Legacy Survey Three Year Data with Other Probes. *Astrophysical Journal*, 737:102, 2011.
- [8] N. Suzuki *et al.* The hubble space telescope cluster supernova survey: V. improving the dark energy constraints above  $z > 1$  and building an early-type-hosted supernova sample. 746:85, 2012.
- [9] J. Silk. Cosmic Black-Body Radiation and Galaxy Formation. *Astrophysical Journal*, 151:459, 1968.
- [10] J. R. Bond e G. Efstathiou. Cosmic background radiation anisotropies in universes dominated by nonbaryonic dark matter. *Astrophysical Journal, Part 2 - Letters*, 285:L45–L48, 1984.
- [11] J. A. Holtzman. Microwave background anisotropies and large-scale structure in universes with cold dark matter, baryons, radiation, and massive and massless neutrinos. *Astrophysical Journal Supplement Series*, 71:1–24, 1989.
- [12] A. D. Sakharov. The Initial Stage of an Expanding Universe and the Appearance of a Nonuniform Distribution of Matter. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 22:241, January 1966.

- [13] P. J. E. Peebles e J. T. Yu. Primeval Adiabatic Perturbation in an Expanding Universe. *Astrophys.J.*, 162:815, 1970.
- [14] R. A. Sunyaev and Y. B. Zeldovich. Small-Scale Fluctuations of Relic Radiation. *Astrophysics and Space Science*, 7:3–19, 1970.
- [15] G. Jungman, M. Kamionkowski, A. Kosowsky, and D. N. Spergel. Weighing the universe with the cosmic microwave background. *Phys. Rev. Lett.*, 76:1007–1010, 1996.
- [16] W. Hu e N. Sugiyama. Small scale cosmological perturbations: An Analytic approach. *Astrophys. J.*, 471:542–570, 1996.
- [17] W. Hu, N. Sugiyama e J. Silk. The Physics of microwave background anisotropies. *Nature*, 386:37–43, 1997.
- [18] D. J. Eisenstein, W. Hu, J. Silk e A. S. Szalay. Can baryonic features produce the observed 100h-1Mpc clustering? *Astrophys.J.*, 494:L1–L4, 1998.
- [19] D. J. Eisenstein. An Analytic expression for the growth function in a flat universe with a cosmological constant. *Astrophys. J.*, 1997.
- [20] C. Blake, and K. Glazebrook. Probing dark energy using baryonic oscillations in the galaxy power spectrum as a cosmological ruler. *Astrophys.J.*, 594:665–673, 2003.
- [21] W. Hue Z. Haiman. Redshifting rings of power. *Phys.Rev.*, D68:063004, 2003.
- [22] D. J. Eisenstein. Large scale structure and future surveys. *ASP Conf.Ser.*, 2003.
- [23] L. Amendola, C. Quercellini, and E. Giallongo. Constraints on perfect fluid and scalar field dark energy models from future redshift surveys. *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.*, 357:429–439, 2005.
- [24] D. J. Eisenstein *et.al.* Detection of the baryon acoustic peak in the large-scale correlation function of SDSS luminous red galaxies. *Astrophys.J.*, 633:560–574, 2005.
- [25] S. Cole *et.al.* The 2dF Galaxy Redshift Survey: Power-spectrum analysis of the final dataset and cosmological implications. *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.*, 362:505–534, 2005.
- [26] M. Tegmark *et.al.* Cosmological Constraints from the SDSS Luminous Red Galaxies. *Phys.Rev.*, D74:123507, 2006.
- [27] W. J. Percival *et.al.* Measuring the matter density using baryon oscillations in the SDSS. *Astrophys.J.*, 657:51–55, 2007.
- [28] G. C. Carvalho, A. Bernui, M. Benetti, J. C. Carvalho e J. S. Alcaniz. Baryon Acoustic Oscillations from the SDSS DR10 galaxies angular correlation function. arXiv:1507.08972, 2015.
- [29] G. C. Carvalho *et. al.* Em preparação. 2015.
- [30] N. Benitez *et. al.* J-PAS: The Javalambre-Physics of the Accelerated Universe Astrophysical Survey. 2014.
- [31] A. G. Riess *et al.* Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *The Astronomical Journal*, 116:1009–1038, September 1998.

- [32] S. Perlmutter *et al.* Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae. *The Astrophysical Journal*, 517:565–586, June 1999.
- [33] V. Sahni and A. Starobinsky. The Case for a Positive Cosmological  $\Lambda$ -Term. *International Journal of Modern Physics D*, 9:373–443, 2000.
- [34] S. M. Carroll. The Cosmological Constant. *Living Reviews in Relativity*, 4:1, February 2001.
- [35] P. J. Peebles and B. Ratra. The cosmological constant and dark energy. *Reviews of Modern Physics*, 75:559–606, April 2003.
- [36] T. Padmanabhan. Cosmological constant-the weight of the vacuum. *Physics Reports*, 380:235–320, July 2003.
- [37] Edmund J. Copeland, M. Sami, and Shinji Tsujikawa. Dynamics of dark energy. *Int. J. Mod. Phys.*, D15:1753–1936, 2006.
- [38] Thorne K. S. e Wheeler J. A. Misner, C. W. *Gravitation*. Addison Wesley, San Francisco, 1973.
- [39] A. Einstein. Die Feldgleichungen der Gravitation. *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin)*, Seite 844-847., pages 844–847, 1915.
- [40] A. A. Starobinsky. Spectrum of relict gravitational radiation and the early state of the universe. *ZhETF Pisma Redaktsiiu*, 30:719–723, December 1979.
- [41] A. A. Starobinsky. A New Type of Isotropic Cosmological Models Without Singularity. *Phys. Lett.*, B91:99–102, 1980.
- [42] V. F. Mukhanov e G. V. Chibisov. Quantum Fluctuation and Nonsingular Universe. *JETP Lett.*, 33:532–535, 1981. [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.33,549(1981)].
- [43] A.H.Guth. The Inflationary Universe: A Possible Solution to the Horizon and Flatness Problems. *Phys.Rev.*, D23:347–356, 1981.
- [44] Andrei D. Linde. Chaotic Inflation. *Phys. Lett.*, B129:177–181, 1983.
- [45] J. A. S. Lima, V. Zanchin e R. H. Brandenberger. On the Newtonian cosmology equations with pressure. *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.*, 291:L1–L4, 1997.
- [46] C. Knobel. An introduction into the theory of cosmological structure formation. 2012 arXiv:1208.5931.
- [47] V.F.Mukhanov. *Physical Foundations of Cosmology*. Cambridge University Press, 2005.
- [48] P. Coles. *Cosmology: A Very Short Introduction*. Very Short Introductions. OUP Oxford, 2001.
- [49] P. Meszaros. The behaviour of point masses in an expanding cosmological substratum. *Astronomy and Astrophysics*, 37:225–228, December 1974.
- [50] D. J. Heath. The growth of density perturbations in zero pressure Friedmann-Lemaitre universes. *MNRAS*, 179:351–358, May 1977.



- [51] E. V. Linder. Cosmic growth history and expansion history. *Phys. Rev. D*, 72:043529, 2005.
- [52] E. V. Linder e R. N. Cahn. Parameterized Beyond-Einstein Growth. *Astropart.Phys.*, 28:481–488, 2007.
- [53] L. Wang e P.J. Steinhardt. Cluster abundance constraints on quintessence models. *Astrophys. J.*, 508:483–490, 1998.
- [54] S. Dodelson. *Modern Cosmology*. Academic Press, St. Louis, 2003.
- [55] C-P. Ma e E. Bertschinger. Cosmological perturbation theory in the synchronous and conformal Newtonian gauges. *Astrophys.J.*, 455:7–25, 1995.
- [56] Uros Seljak and Matias Zaldarriaga. A Line of sight integration approach to cosmic microwave background anisotropies. *Astrophys.J.*, 469:437–444, 1996.
- [57] W. Hu, U. Seljak, M. J. White e M. Zaldarriaga. A complete treatment of CMB anisotropies in a FRW universe. *Phys.Rev.*, D57:3290–3301, 1998.
- [58] J. M. Bardeen. Gauge Invariant Cosmological Perturbations. *Phys.Rev.*, D22:1882–1905, 1980.
- [59] H. Kodama and M. Sasaki. Cosmological Perturbation Theory. *Prog.Theor.Phys.Suppl.*, 78:1–166, 1984.
- [60] R. H.Brandenberger,H. Feldman e V. F. Mukhanov. Gauge invariant cosmological perturbations. 1992.
- [61] V. Mukhanov, H. A. Feldman e R. H. Brandenberger. Theory of cosmological perturbations. Part 1. Classical perturbations. Part 2. Quantum theory of perturbations. Part 3. Extensions. *Phys. Rept.*, 215:203–333, 1992.
- [62] B. A. Bassett, S. Tsujikawa e D. Wands. Inflation dynamics and reheating. *Rev. Mod. Phys.*, 78:537–589, 2006.
- [63] N. Straumann. *General Relativity: With Applications to Astrophysics*. Theoretical and Mathematical Physics. Springer, 2004.
- [64] L. Amendola and S. Tsujikawa. *Dark Energy: Theory and Observations*. Cambridge University Press, 2010.
- [65] J. M. Bardeen, J. R. Bond, N. Kaiser, A.S. Szalay. The Statistics of Peaks of Gaussian Random Fields. *Astrophysical Journal*, 304:15–61, 1986.
- [66] R. J. Adler and J. E. Taylor. *Random Fields and Geometry*. Springer-Verlag New York, 2007.
- [67] S. Weinberg. *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity*. Oxford University Press, 2008.
- [68] P. J. E. Peebles. *The Large-scale Structure of the Universe*. Princeton University Press, 1980.
- [69] P. Watts, P. Coles, e A. Melott. Universal behavior of phase correlations in nonlinear gravitational clustering. *Astrophysical Journal*, 589:L61–L64, 2003.

- [70] H. Totsuji and T. Kihara. The Correlation Function for the Distribution of Galaxies. *Publications of the Astronomical Society of Japan*, 21:221, 1969.
- [71] M. G. Hauser e P. J. E. Peebles. Statistical Analysis of Catalogs of Extragalactic Objects. II. the Abell Catalog of Rich Clusters. *Astrophysical Journal*, 185:757–786, 1973.
- [72] M. Davis e P. J. E. Peebles. A Survey of galaxy redshifts. 5. The Two point position and velocity correlations. *Astrophys.J.*, 267:465–482, 1982.
- [73] P. C. Hewett. The estimation of galaxy angular correlation functions. *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.*, 201:867–883, 1982.
- [74] A. J. S. Hamilton. Toward Better Ways to Measure the Galaxy Correlation Function. *Astrophysical Journal*, 417:19, 1993.
- [75] S. D. Landy e A. S. Szalay. Bias and variance of angular correlation functions. *Astrophys.J.*, 412:64–71, July 1993.
- [76] B. A. Bassett and R. Hlozek. Baryon Acoustic Oscillations. 2009 arxiv:0910.5224.
- [77] H. A. Feldman, N. Kaiser e J. A. Peacock. Power spectrum analysis of three-dimensional redshift surveys. *Astrophysical Journal*, 426:23–37, 1994.
- [78] U. Seljak, N. Hamaus e V. Desjacques. How to suppress the shot noise in galaxy surveys. *Phys.Rev.Lett.*, 103:091303, 2009.
- [79] E. R. Harrison. Fluctuations at the Threshold of Classical Cosmology. *Physical Review D*, 1:2726–2730, 1970.
- [80] Ya.B. Zeldovich. Gravitational instability: An approximate theory for large density perturbations. *Astron.Astrophys.*, 5:84.
- [81] J. H. Mo e S. D. M. White. An Analytic model for the spatial clustering of dark matter halos. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 282:347, 1996.
- [82] Y. P. Jing. Accurate fitting formula for the two point correlation function of the dark matter halos. *Astrophys. J.*, 503:L9, 1998.
- [83] A. J. Benson *et. al.* The nature of galaxy bias and clustering. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 311:793–808, February 2000.
- [84] Dragan Huterer *et al.* Growth of Cosmic Structure: Probing Dark Energy Beyond Expansion. *Astropart. Phys.*, 63:23–41, 2015.
- [85] N. Kaiser. Clustering in real space and in redshift space. *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.*, 227:1–27, 1987.
- [86] L. Guzzo *et.al.* A test of the nature of cosmic acceleration using galaxy redshift distortions. *Nature*, 451:541–545, 2008.
- [87] C. Blake *et.al.* The WiggleZ Dark Energy Survey: the growth rate of cosmic structure since redshift  $z=0.9$ . *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.*, 415:2876, 2011.
- [88] M. J. Hudson e S. J. Turnbull. The growth rate of cosmic structure from peculiar velocities at low and high redshifts. *Astrophys.J.*, 751:L30, 2013.

- [89] S. F. Daniel e E. V. Linder. Constraining Cosmic Expansion and Gravity with Galaxy Redshift Surveys. *JCAP*, 1302:007, 2013.
- [90] J. Kwan, G. F. Lewis e E. V. Linder. Mapping Growth and Gravity with Robust Redshift Space Distortions. *Astrophys.J.*, 748:78, 2012.
- [91] L. Samushia, W. J. Percival e A. Raccanelli. Interpreting large-scale redshift-space distortion measurements. *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.*, 420:2102–2119, 2012.
- [92] R. E. Smith *et.al.* Stable clustering, the halo model and nonlinear cosmological power spectra. *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.*, 341:1311, 2003.
- [93] R. Angulo, C.M. Baugh, C. S. Frenk e C. G. Lacey. The detectability of baryonic acoustic oscillations in future galaxy surveys. *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.*, 383:755, 2008.
- [94] A. J. S.Hamilton, P. Kumar, E. Lu e A. Matthews. Reconstructing the primordial spectrum of fluctuations of the universe from the observed nonlinear clustering of galaxies. *Astrophysical Journal, Part 2 - Letters*, 374:L1–L4, June 1991.
- [95] J. A. Peacock e R. E. Smith. Halo occupation numbers and galaxy bias. *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.*, 318:1144–1156, 2000.
- [96] U. Seljak. Analytic model for galaxy and dark matter clustering. *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.*, 318:203–213, 2000.
- [97] D. J. Eisenstein e W. Hu. Baryonic features in the matter transfer function. *Astrophys. J.*, 496:605, 1998.
- [98] D. J. Eisenstein, W. Hu e M. Tegmark. Cosmic complementarity:  $H(0)$  and  $\Omega(m)$  from combining CMB experiments and redshift surveys. *Astrophys. J.*, 504:L57–L61, 1998.
- [99] D. J. Eisenstein, H. Seo e M. White. On the Robustness of the Acoustic Scale in the Low-Redshift Clustering of Matter. *Astrophys. J.*, 664:660–674, 2007.
- [100] J. A. S. Lima e J. S. Alcaniz. Angular size in 'quintessence' cosmology. *Astron. Astrophys.*, 357:393–396, 2000.
- [101] F. Beutler *et al.* The 6dF Galaxy Survey: baryon acoustic oscillations and the local Hubble constant. *Monthly Notes of Royal Astronomical Society*, 416:3017–3032, October 2011.
- [102] A. J. Ross *et. al.* The clustering of the SDSS DR7 main Galaxy sample – I. A 4 per cent distance measure at  $z = 0.15$ . *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 449(1):835–847, 2015.
- [103] E. A. Kazin *et.al.* The WiggleZ Dark Energy Survey: improved distance measurements to  $z = 1$  with reconstruction of the baryonic acoustic feature. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 441(4):3524–3542, 2014.
- [104] L. Anderson *et.al.* The clustering of galaxies in the SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: baryon acoustic oscillations in the Data Releases 10 and 11 Galaxy samples. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 441(1):24–62, 2014.

- [105] k. Thepsuriya, e A. Lewis. Accuracy of cosmological parameters using the baryon acoustic scale. *JCAP*, 1501(01):034, 2015.
- [106] P. Schneider. *Extragalactic Astronomy and Cosmology*. 2006.
- [107] M. Colless *et. al.* The 2dF Galaxy Redshift Survey: Spectra and redshifts. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 328:1039, 2001.
- [108] M. Colless *et. al.* The 2dF Galaxy Redshift Survey: Final data release. 2003.
- [109] M. J. Drinkwater *et.al.* The WiggleZ Dark Energy Survey: survey design and first data release. *MNRAS*, 401:1429–1452, January 2010.
- [110] D. G. York *et. al.* The Sloan Digital Sky Survey: Technical Summary. *Astron. J.*, 120:1579–1587, 2000.
- [111] W. J. Percival. Large Scale Structure Observations. *Proc. Int. Sch. Phys. Fermi*, 186:101–135, 2014.
- [112] K. Glazebrook and C. Blake. Measuring the cosmic evolution of dark energy with baryonic oscillations in the galaxy power spectrum. *Astrophys. J.*, 631:1–20, 2005.
- [113] D. J. Eisenstein *et.al.* Spectroscopic target selection for the Sloan Digital Sky Survey: The Luminous red galaxy sample. *Astron. J.*, 122:2267, 2001.
- [114] D. H. Weinberg, *et.al.* Observational Probes of Cosmic Acceleration. *Phys. Rept.*, 530:87–255, 2013.
- [115] D. Parkinson *et.al.* The WiggleZ Dark Energy Survey: Final data release and cosmological results. *Phys. Rev.*, D86:103518, 2012.
- [116] K. S. Dawson *et. al.* The Baryon Oscillation Spectroscopic Survey of SDSS-III. *Astron. J.*, 145:10, 2013.
- [117] A. Carnero, E. Sanchez, M. Crocce, A. Cabre, e E. Gaztanaga. Clustering of Photometric Luminous Red Galaxies II: Cosmological Implications from the Baryon Acoustic Scale. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 419:1689–1694, 2012.
- [118] T. Matsubara, A. Szalay, e A. C. Pope. Eigenmode analysis of galaxy distributions in redshift space. *Astrophys. J.*, 606:1–24, 2004.
- [119] E. Sanchez *et. al.* Tracing The Sound Horizon Scale With Photometric Redshift Surveys. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 411:277–288, 2011.
- [120] D. G. York *et. al.* The Sloan Digital Sky Survey: Technical Summary. *Astron. J.*, 120:1579–1587, 2000.
- [121] A. Heavens, R. Jimenez e L. Verde. Standard rulers, candles, and clocks from the low-redshift Universe. *Phys. Rev. Lett.*, 113(24):241302, 2014.
- [122] N. Suzukiet. *al.* The Hubble Space Telescope Cluster Supernova Survey: V. Improving the Dark Energy Constraints Above  $z>1$  and Building an Early-Type-Hosted Supernova Sample. *Astrophys. J.*, 746:85, 2012.
- [123] H. Seo e D. J. Eisenstein. Probing dark energy with baryonic acoustic oscillations from future large galaxy redshift surveys. *Astrophys. J.*, 598:720–740, 2003.

- [124] D.Coe. Fisher Matrices and Confidence Ellipses: A Quick-Start Guide and Software. arXiv:0906.4123, 2009.
- [125] M. Tegmark. Measuring cosmological parameters with galaxy surveys. *Phys. Rev. Lett.*, 79:3806–3809, 1997.
- [126] Thorne K. S. e Wheeler J. A. Misner, C. W. *Bayesian experimental design and model selection forecasting*. ed. by M. P. Hobson, A. H. Jaffe, A. R. Liddle, P. Mukeherjee, & D. Parkinson, New York, 2010.
- [127] H. Seo e D. J. Eisenstein. Improved forecasts for the baryon acoustic oscillations and cosmological distance scale. *Astrophys. J.*, 665:14–24, 2007.
- [128] Y. Wang. Dark energy constraints from baryon acoustic oscillations. *Astrophys. J.*, 647:1–7, 2006.
- [129] Y Wang *et al.* Designing a space-based galaxy redshift survey to probe dark energy. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 409:737, 2010.
- [130] N. Kaiser. On the Spatial correlations of Abell clusters. *Astrophys. J.*, 284:L9–L12, 1984.
- [131] A.Dressler. Galaxy morphology in rich clusters: Implications for the formation and evolution of galaxies. *Astrophys. J.*, 236:351–365, 1980.
- [132] A. Dekel e O. Lahav. Stochastic nonlinear galaxy biasing. *Astrophys. J.*, 520:24–34, 1999.
- [133] R. K. Sheth e G. Tormen. Large-scale bias and the peak background split. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 308:119–126, September 1999.
- [134] W. J. Percival, L. Verde e J. A. Peacock. Fourier analysis of luminosity-dependent galaxy clustering. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 347:645–653, January 2004.
- [135] L. R. Abramo. The full Fisher matrix for galaxy surveys. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 420:3, 2012.
- [136] B. Jain e E. Bertschinger. Self-Similar Evolution of Gravitational Clustering. II. N-Body Simulations of the  $N = -2$  Spectrum. *Astrophys. J.*, 509:517–530, December 1998.
- [137] J. A. Peacock and S. J. Dodds. Non-linear evolution of cosmological power spectra. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 280:L19–L26, June 1996.
- [138] A. F. Heavens, S. Matarrese e L. Verde. The Nonlinear redshift-space power spectrum of galaxies. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 301:797–808, 1998.
- [139] C. Ma e J. N. Fry. Deriving the nonlinear cosmological power spectrum and bispectrum from analytic dark matter halo profiles and mass functions. *Astrophys. J.*, 543:503–513, 2000.
- [140] F. Bernardeau, S. Colombi E. Gaztanaga e R. Scoccimarro. Large scale structure of the universe and cosmological perturbation theory. *Phys. Rept.*, 367:1–248, 2002.
- [141] M. Crocce e R. Scoccimarro. Renormalized cosmological perturbation theory. *Phys. Rev.*, D73:063519, 2006.

- [142] T. Matsubara. Resumming Cosmological Perturbations via the Lagrangian Picture: One-loop Results in Real Space and in Redshift Space. *Phys. Rev.*, D77:063530, 2008.
- [143] C. Blake e S. Bridle. Cosmology with photometric redshift surveys. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 363:1329–1348, November 2005.
- [144] N. Benitez *et. al.* Measuring Baryon Acoustic Oscillations along the line of sight with photometric redshifts: the PAU survey. *Astrophys. J.*, 691:241–260, 2009.
- [145] N. P. Ross *et. al.* Clustering of Low-Redshift ( $z \leq 2.2$ ) Quasars from the Sloan Digital Sky Survey. *Astrophys. J.*, 697:1634–1655, 2009.
- [146] P. Mukherjee, M. Kunz, D. Parkinson e Y. Wang. Planck priors for dark energy surveys. *Phys. Rev.*, D78:083529, 2008.
- [147] L. R. Abramo *et. al.* Measuring large-scale structure with quasars in narrow-band filter surveys. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 423(4):3251–3267, 2012.
- [148] A. G. Sanchez *et. al.* The clustering of galaxies in the SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: cosmological implications of the large-scale two-point correlation function. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 425:415, 2012.
- [149] A. A. Starobinsky. Disappearing cosmological constant in  $f(R)$  gravity. *JETP Lett.*, 86:157–163, 2007.
- [150] R. Gannouji, B. Moraes, e D. Polarski. The growth of matter perturbations in  $f(R)$  models. *JCAP*, 0902:034, 2009.